Vysoké učení technické v Brně **Stavební fakulta**

ÚSTAV MATEMATIKY A DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Deskriptivní geometrie AD7 – AD8

Kombinované studium

Jan Šafařík
Pavel Hon

Test č. 1

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, zimní semestr

Kuželosečky

(1) Sestrojte elipsu, je-li dáno:
  (a) F, G, b
  (b) F, C, b
  (c) F, M_1, M_2, a
  (d) F, t, a, e

kde C je koncový bod vedlejší osy, M obecný bod kuželosečky, F, G ohniska, a délka hlavní poloosy, e excentricita (výstřednost $|FS|$), t tečna. Polohy zadaných prvků si volte přiměřeně ke tvaru kuželosečky sami.

(2) Sestrojte hyperbolu, je-li dáno:
  (a) F, o, p
  (b) F, p, t
  (c) F, p^s, q^s, e

kde p, q jsou asymptoty, p^s a q^s pouze jejich směry.

(3) Sestrojte parabolu, je-li dáno:
  (a) M_1, M_2, d
  (b) F, M, t
  (c) $v, t + T$

kde $t + T$ je tečna t s dotykovým bodem T, d je řídicí přímka, v je vrcholová tečna, p je parametr (tj. vzdálenost ohniska F od řídicí přímky d).

(4) K pravidelnému pětiúhelníku $ABCDE$ najděte afinní $A'B'C'D'E'$.
Afinita je stanovena osou o a dvojicí bodů A, A'.

(5) Ve středové kolineaci (určené středem S, osou o, dvojicí bodů A, A')najděte k pravidelnému šestiúhelníku $ABCDEF$ kolineární.

(6) Ve středové kolineaci (S, o, úběžnice u) sestrojte odpovídající přímky k přímkám a, b, c. (Poloha přímky a vůči ose o je různoběžná, b je s osou rovnoběžná, c je k ose kolmá), kde u je úběžnice, k níž koresponduje nevlastní přímka u roviny.

(7) Elipsa je určena sdruženými průměry KL, MN. Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny z vnějšího bodu R.

(8) Elipsa je určena sdruženými průměry KL, MN. Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny aby byly rovnoběžné s předem daným směrem s.

Elipse e určené sdruženými průměry KL, MN přiřadíme afinně kružnici e' (např. nad průměrem KL, tedy $K \equiv K'$, $L \equiv L'$; $M \to M'$). Osa afinity $o \equiv KL$ a dvojice odpovídajících bodů M, M' určují afinitu.

(9) Elipsa je dána sdruženými průměry. Vyrýsujte elipsu (*Rytzova konstrukce* os elipsy).

- *Zadávající prvky si volte přiměřeně sami a užijte modrou barvu.*
- *Výsledkem by měl být dokončený osový kříž nebo u paraboly řídicí přímka, osa, ohnisko a vrchol, ke zvýraznění užijte zelené barvy (červenou ponechte učiteli pro opravy).*

Návod:

- *Pokud je v úloze pro elipsu např. ohnisko F a tečna t, vždy sestrojíme bod F', souměrný k ohnisku F podle tečny t. Bod F' leží dále na řídicí kružnici (o středu v hledaném ohnisku G).*
- *Často užijeme i druhou větu: pata K, kolmice z ohniska F na tečnu t leží na vrcholové kružnici v (se svým středem ve středu elipsy a poloměrem rovným délce hlavní osy a).*

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.

Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Typeset by LaTeX

Test č. 2

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, zimní semestr

Mongeovo promítání na dvě k sobě kolmé průmětny

Rýsujte tužkou na formát A4, kancelářský papír. Vždy vypište text příkladu a své jméno v horní části, druh studia v dolní části.

(1) (a) Určete stopy roviny ρ, zadané dvěma různoběžkami $a \equiv AB$, $b \equiv AC$.
$A[-40; 0; 0]$, $B[0; 50; 30]$, $C[0; 20; 50]$.

(b) Přímkou $a \equiv AB$ proložte rovinu ρ rovnoběžnou s osou x.
$A[-50; 20; 50]$, $B[50; 50; 30]$.

(c) Bodem M veďte rovinu α, rovnoběžnou s rovinou ρ.
$M[50; 30; 50]$, $\rho(-40; 70; 50)$.

(d) Je dána rovina ρ, přímka $m \equiv MN$ s rovinou ρ různoběžná a bod R, který neleží ani v rovině ρ, ani na přímce m. Sestrojte přímku p tak, aby procházela bodem R, protínala přímku m a byla s rovinou ρ rovnoběžná.
$\rho(-44; 16; 28)$, $R[10; 14; 27]$, $M[-40; 19; 34]$, $N[14; 0; 7]$.

(e) Sestrojte stopy roviny ρ. Rovina je určena bodem A a přímkou $m \equiv MN$.
$A[40; 10; 30]$, $M[10; 60; 50]$, $N[-60; 30; 10]$.

(f) Sestrojte stopy roviny α, znáte-li její spádovou přímku první osnovy $s \equiv PN$.
$P[-40; 55; 0]$, $N[45; 0; 80]$.

(g) Najděte průsečík přímky $p \equiv AB$ s rovinou ρ.
$A[-70; 80; 80]$, $B[20; 0; 10]$, $\rho(-70; 60; 50)$.

(h) Určete průsečík Q přímky $m \equiv KR$, $K[-50; 14; 35]$, $R[0; 27; 8]$, s rovinou dvou rovnoběžek $a \parallel b$, $a \equiv PA$, $P[-50; 39; 0]$, $A[0; 14; 62]$, $b \ni B$, $B[-20; 12; 0]$.

(2) Sestrojte (i s vyznačením viditelnosti) zásek dvou trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle MNP$.
$A[-30; 40; 0]$, $B[0; 0; 50]$, $C[40; 60; 40]$, $M[-30; 55; 30]$, $N[-20; 10; 75]$, $P[30; 30; 0]$.

(3) (a) Určete vzdálenost d bodu M od roviny α.
$M[-30; 40; 50]$, $\alpha(-60; 50; 40)$.

(b) Určete vzdálenost d bodu C od přímky $p \equiv AB$.
$A[-40; 20; 30]$, $B[40; -20; 0]$, $C[0; -50; 40]$.

(c) Bodem M proložte příčku mimoběžek $a \equiv AB$ a $b \equiv CD$.
$A[70; 40; 0]$, $B[0; 25; 15]$, $C[40; 90; 0]$, $D[-35; 45; 80]$, $M[-35; 80; 30]$.

(4) Sestrojte řez roviny $\rho(80;80;60)$ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[-30;40;0]$, poloměr kružnice $r=35$, střed horní podstavy ${}^1S[30;90;70]$.
Pokyny: Užijte osové afinity. Najděte $S' = S^1S \cap \rho$ a poté dvojici vzájemně kolmých průměrů v kruhové podstavě. Vyznačte některou afinní dvojici sdružených průměrů. Vyhledejte obrysové body U, V vzhledem ke 2. průmětu a obrysové body K, R vzhledem k 1. průmětu.

(5) Sestrojte krychli, je–li dán její vrchol $A[10;30;15]$ a přímka $p \equiv KL$ ($K[40;45;10]$, $L[10;55;35]$), na níž leží její hrana, která je s bodem A v téže stěně. Zobrazte to řešení, pro nějž A je nejnižším vrcholem krychle vzhledem k půdorysně π.

(6) Zobrazte průměty rotačního kužele, jehož podstava leží v rovině $\rho(-80;70;60)$, její střed je $S[0;35;?]$ a dotýká se půdorysny. Výška kužele $v=60$.
Poznámka: bod, ležící v rovině nesmí být zadáván najednou oběma průměty, chybějící průmět se naopak musí odvodit, aby opravdu takový bod ležel v dané rovině (pomocí hlavních přímek).

(7) Sestrojte průsečíky přímky $b \equiv RQ$ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $O[-10;40;0]$, střed horní podstavy $L[50;40;70]$, poloměr kružnice podstavy $r=35$; $R[50;10;0]$, $Q[-10;90;80]$.
Pokyny: Přímkou b proložíte rovinu φ rovnoběžnou s površkami válce. Po volbě libovolného bodu $H \in b$ zavedete $H \in o' \parallel o$ (bodem H rovnoběžku o' s přímkou $o \equiv OL$). Vyhledáte půdorysnou stopu této roviny $\varphi \equiv bo'$. Rovina φ protne válec ve dvou rovnoběžných površkách e, f. Jejich půdorysné stopníky jsou průsečíky kruhové základny s půdorysnou stopou roviny φ. Průsečíky těchto površek e, f s přímkou b jsou hledané průsečíky X, Y přímky b s válcem. Vyznačte viditelnost přímky b a průsečíků X a Y.

(8) Určete průsečíky přímky $b \equiv PQ$ s kulovou plochou o středu S a poloměru r.
$S[-15;40;40]$, $r=37$, $P[-15;90;100]$, $Q[15;10;0]$.
Pokyny: přímkou b_1 proložte rovinu λ, kolmou k půdorysně (nebo k nárysně). Rovina λ řeže kouli v kružnici m. Vyznačte průměr kružnice m_1 (je to úsečka). Najděte střed M_1 na m_1. Sklopte přímku b_1 do (b) a kružnici m_1 do (m) - nejdříve však (M). Vyhledejte průsečíky (X) a (Y) kružnice (m) a přímky (b). Promítacími přímkami odvoďte X_1 a Y_1, později X_2 a Y_2.
Určete viditelnost průsečíků X a Y vzhledem k oběma průmětnám. Vzhledem k 1. průmětu viditelnost rozhodne rovník kulové plochy a poloha bodů X a Y vzhledem k rovníku (posoudíme v druhém průmětu nebo ve sklopeném obraze). Poloha hlavní kružnice na kulové ploše, ležící v rovině rovnoběžné s nárysnou rozhodne o viditelnosti průsečíků X a Y vzhledem ke 2. průmětu. Je-li průsečík X nebo Y k pozorovateli blíže než je střed kulové plochy, je viditelný.

(9) Sestrojte řez kulové plochy, zadané středem S a poloměrem r, rovinou ρ.
$S[0; 45; 50]$, $r = 40$, $\rho(10; 10; -5)$.
Pokyny: Zavedeme třetí průmětnu μ buď kolmou k π (nebo k ν) středem kulové plochy či poněkud odsunutou. Tedy např. kolmou k π: potom poloha třetí průmětny (promítá se do přímky μ_1) je kolmá k půdorysné stopě p_1^ρ. Sestrojíme třetí průmět ρ_3 roviny řezu (bude jím přímka) a třetí průmět kulové plochy (tady začneme od středu S_3). Třetí průmět středu M_3 kružnice řezu je patou kolmice k_3 , vedenou kolmo na rovinu řezu ρ_3. Protože kružnice řezu se promítá (v 3. průmětu) do úsečky, ihned zjistíme průměr této kružnice. Odvodíme do 1. průmětu M_1. Dále použijeme znalostí o průmětu kružnice v nakloněné rovině ρ (je-li dána středem M a velikostí poloměru). Viditelnost vůči 1. průmětu pomůže rozhodnout hlavní přímka ${}^{I}h^\rho$ první osnovy roviny řezu ρ, vedená středem S. Obdobně viditelnost vůči nárysně hlavním přímka ${}^{II}h^\rho$ druhé osnovy.

(10) Kosý kruhový válec protněte *normální* rovinou (tj. rovinou kolmou k površkám válce), jdoucí bodem R. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[20; 40; 0]$, střed horní podstavy ${}^1S[-20; 40; 90]$, poloměr kružnice $r = 30$, $R[-50; 0; 0]$. Určete skutečnou velikost řezu.

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.

Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Typeset by LaTeX

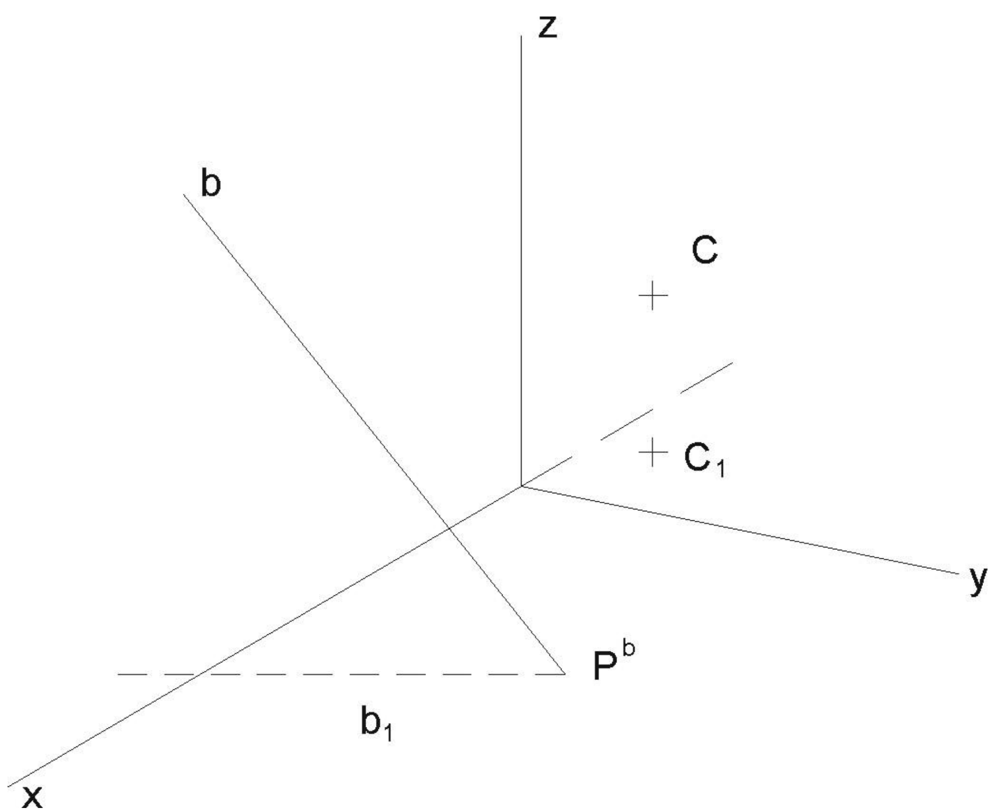
Test č. 3

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, zimní semestr

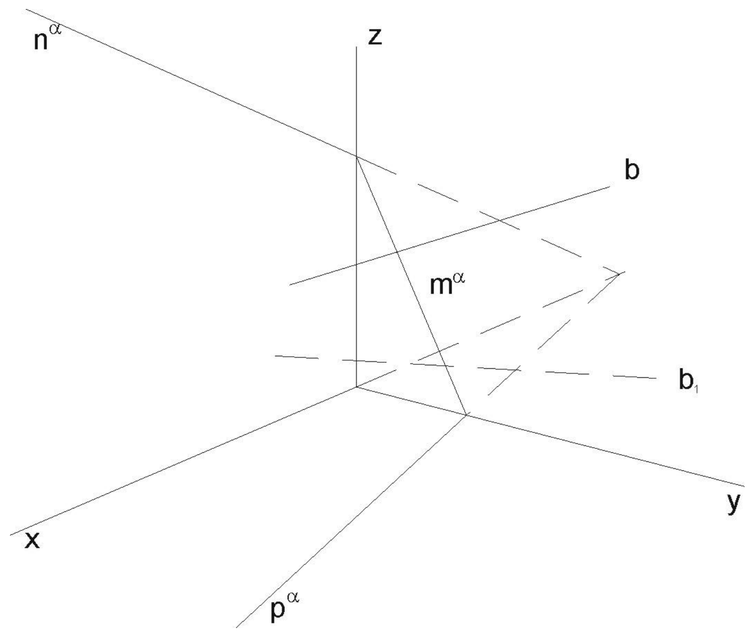
Axonometrie a kosoúhlé promítání

Rýsujte tužkou (křivky křivítkem) na volné listy formátu A4 (kancelářský papír). Úkoly č. 1 až 8 můžete vypracovat přímo do zadaných obrázků. U řezů rovinami vyznačte také body přechodu viditelnosti na křivkách řezu. Axonometrický trojúhelník má osu x nalevo.

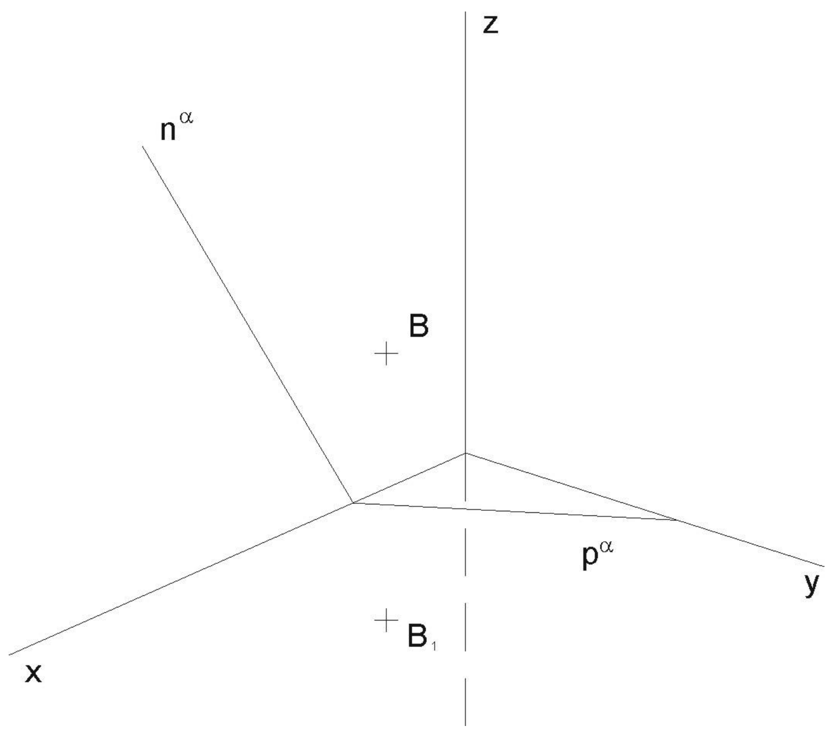
(1) Najděte stopy roviny $\alpha \equiv b.C$ (určené přímkou b a bodem C).



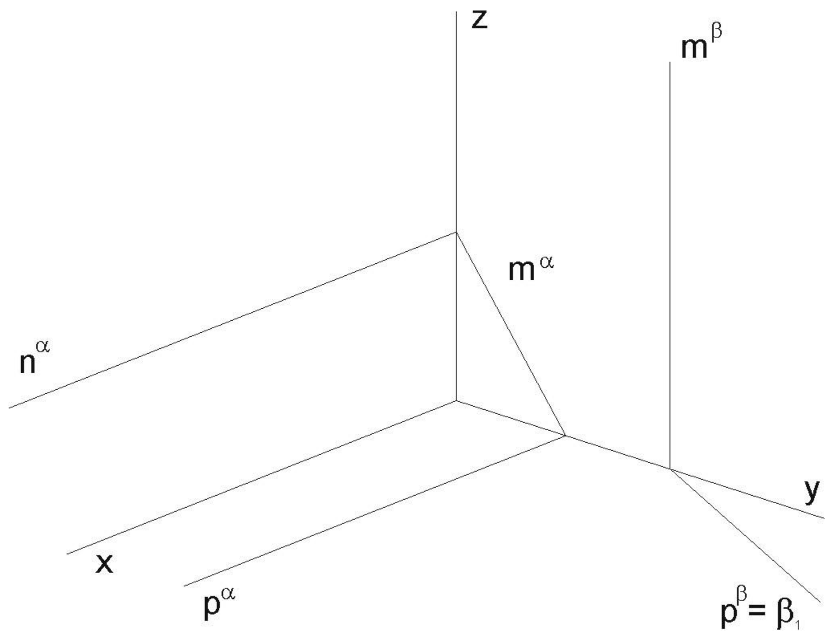
(2) Najděte průsečík $X = b \cap \alpha$ (přímky b s rovinou α).



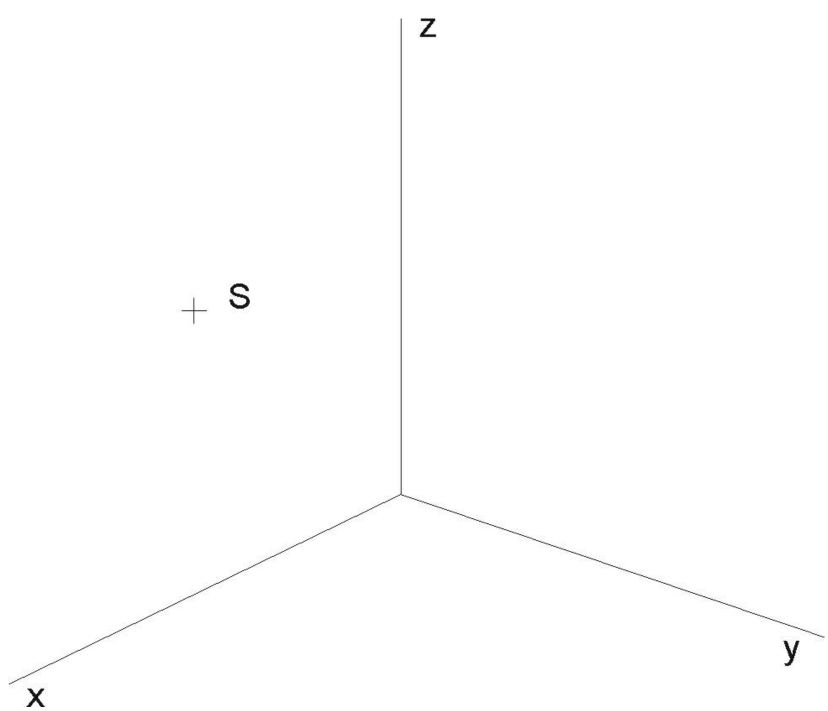
(3) (a) Najděte chybějící stopu m^α.
(b) Zaveďte bodem B rovinu β, aby byla rovnoběžná s danou rovinou α.



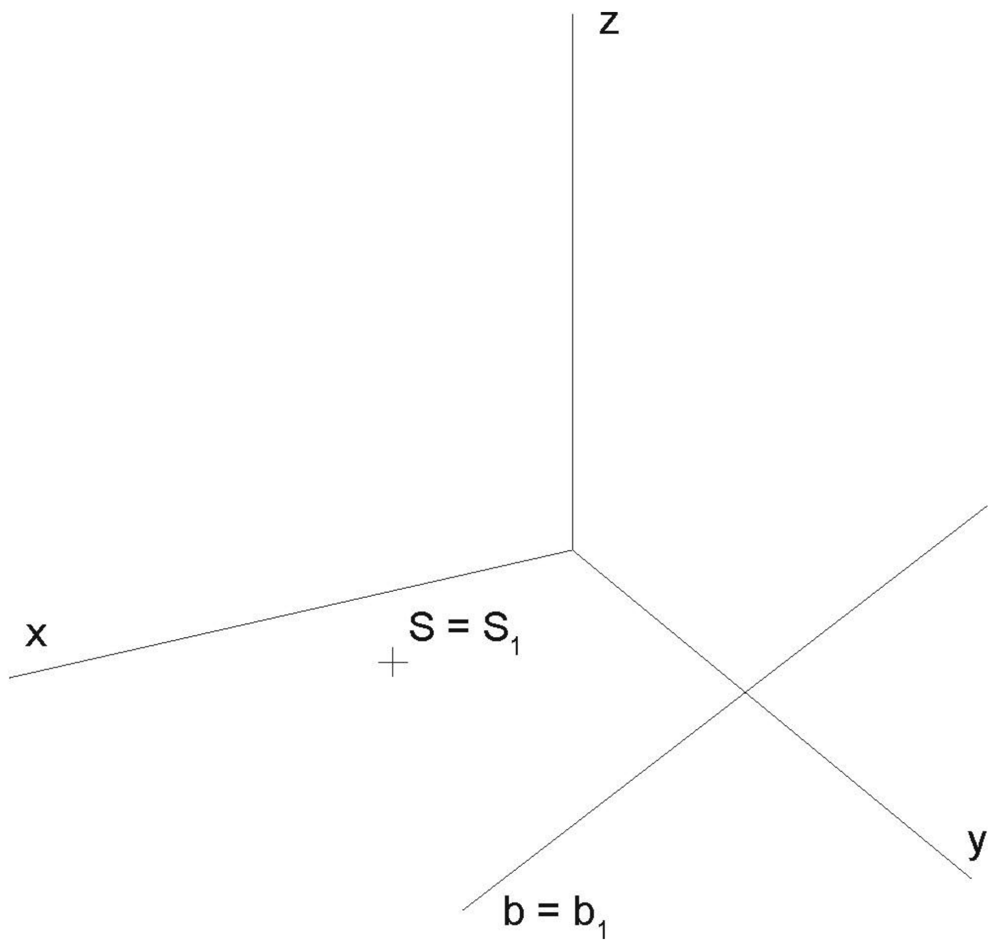
(4) Najděte průsečnici $g = \alpha \cap \beta$ (a také g_1) rovin α a β.



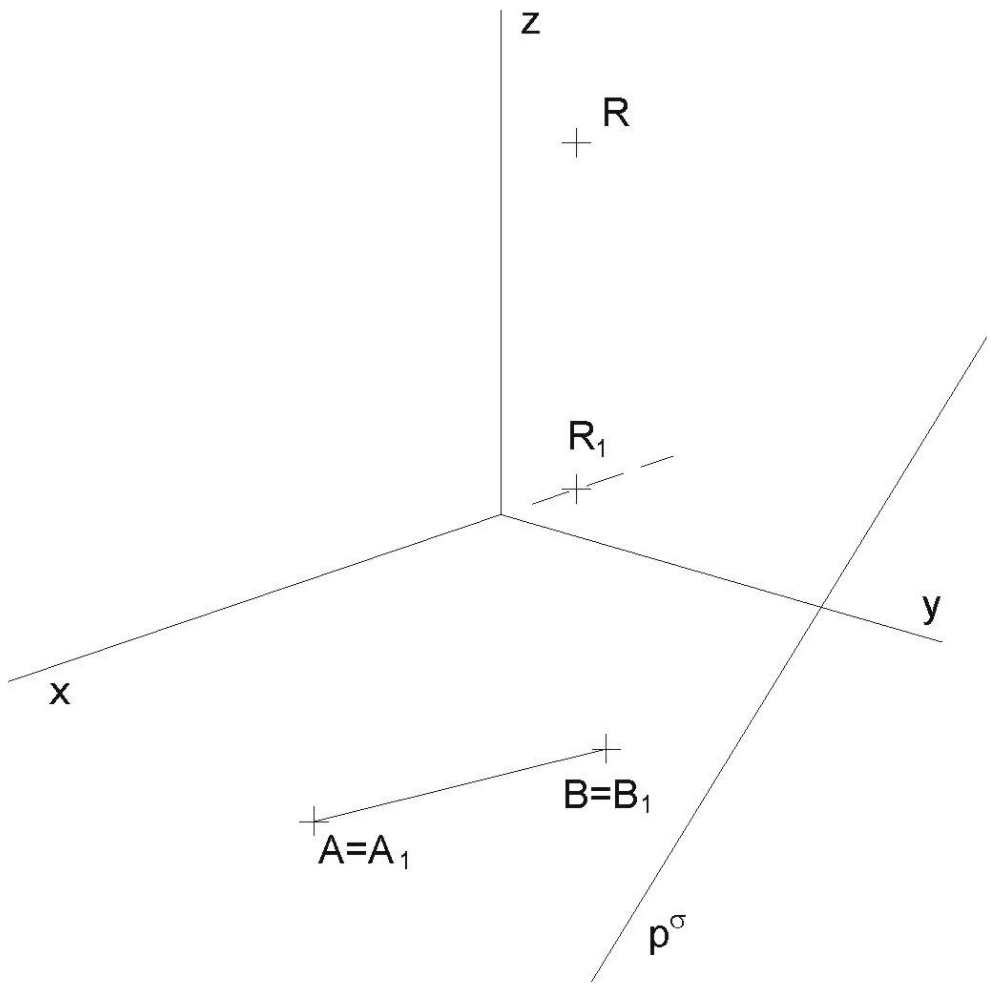
(5) Kružnice leží v souřadnicové rovině $\nu \equiv x.z$ a je určena středem S a poloměrem r = 25. Vyrýsujte ji křivítkem.



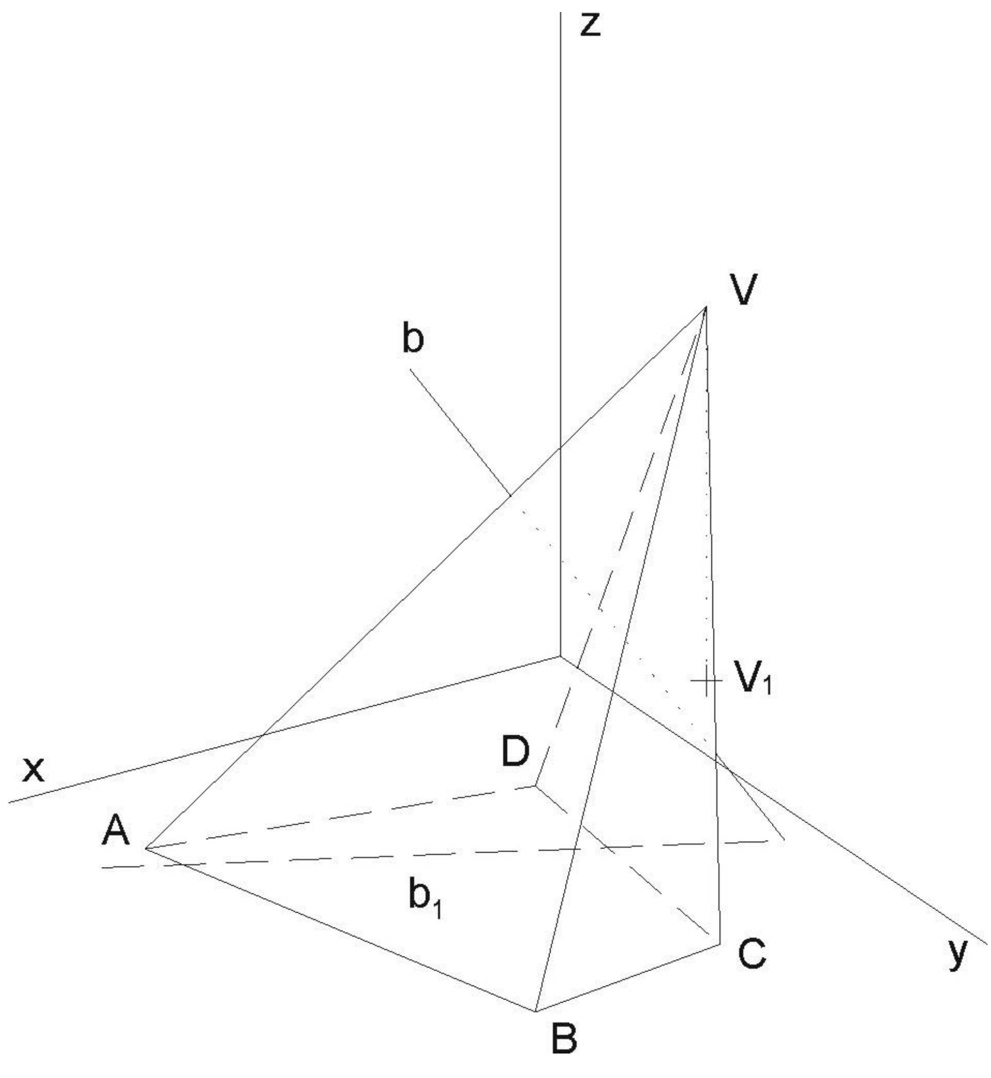
(6) Najděte kružnici, ležící v půdorysně, je-li určena středem $S = S_1$ a tečnou $b = b_1$.



(7) S ohledem na viditelnost zobrazte přímý čtyřboký hranol se čtvercovou podstavou v půdorysně, určenou vrcholy A, B. Určete řez rovinou $\sigma \equiv p^\sigma.R$. Podstava hranolu neprotíná půdorysnou stopu roviny řezu p^σ.



(8) Najděte průsečíky X a Y přímky b s kosým čtyřbokým nepravidelným jehlanem.



(9) V kolmé axonometrii – dimetrii $\triangle(100, 100, 115)$ sestrojte průsečíky přímky g $\equiv PR$ s kosým kruhovým válcem o středu kruhové podstavy ${}^1S[48; 45; 0]$. Podstava má poloměr $r = 40$ a leží v půdorysně, druhá podstava má střed ${}^2S[0; 54; 65]$, $P[48; -10; 0]$, $R[5; 120; 78]$. Dále sestrojte řez tohoto válce rovinou $\alpha(-90; 80; 35)$. Užijte osové afinity, vyznačte střed S elipsy řezu a některé sdružené průměry této křivky řezu.

(10) V kosoúhlém promítání ($\omega = 135°, q_x = \frac{2}{3}$) sestrojte průmět komolého kužele s kruhovou podstavou v půdorysně π o středu $S[66; 0; 0]$, poloměru $r = 56$ a výšce $v = 140$. Kužel zkomolte rovinou ρ, která je rovnoběžná s půdorysnou a nachází se ve výšce 66 nad půdorysnou.

(11) V kolmé axonometrii – izometrii $\triangle(100, 100, 100)$ sestrojte řez pravidelného šestibokého jehlanu s podstavou v rovině $\mu \equiv y.z$ o středu $S[0; 60; 60]$, vrcholu podstavy $A[0; 60; 0]$ a výšce jehlanu $v = 174$ rovinou $\alpha(65; -146; 103)$.
Nejdříve některý vrchol řezu odvoďte jako průsečík boční hrany s rovinou řezu užitím krycí roviny a krycí přímky. Další vrcholy šestiúhelníka řezu už odvozujte užitím kolineace mezi rovinou podstavy a rovinou řezu. Prodlužte strany pravidelného šestiúhelníku k ose kolineace (je jí stopa roviny řezu v rovině $\mu \equiv y.z$ podstavy). Využijte důsledně vět o kolineaci a jejich vlastností.

(12) V kosoúhlém promítání ($\omega = 135°, q_x = \frac{3}{5}$) sestrojte řez rovinou $\rho(118; -100; 93)$ pravidelným osmibokým jehlanem s podstavou v π o středu $S[50; 15; 0]$ a vrcholu $A[0; 15; 0]$ a výšce $v = 140$.

(13) V kolmé axonometrii $\triangle(90, 100, 80)$ sestrojte řezy koule o středu $S[0; 40; 50]$ a o poloměru $r = 70$ rovinou půdorysny π a rovinou nárysny $\nu \equiv x.z$. Určete body přechodu viditelnosti na křivkách řezu. Dbejte, aby se křivky řezu vzájemně spolu protínaly na ose x!
Uvědomte si, že poloměr kružnice řezu je závislý na vzdálenosti roviny řezu od středu koule. Proto si mimo obrázek sestrojte kružnici o poloměru, jaký má daná koule a ze známé vzdálenosti roviny řezu od středu koule odvoďte příslušný poloměr.

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.

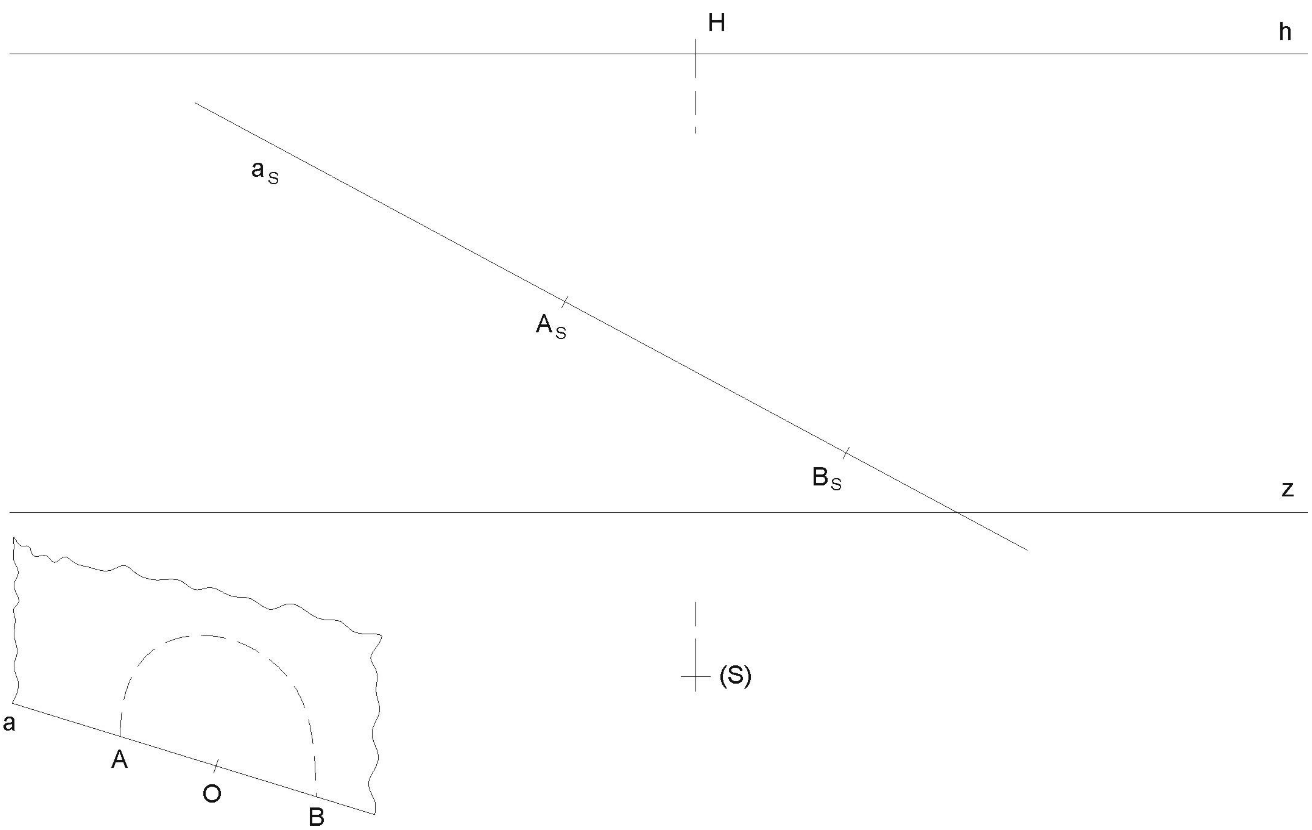
Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Petr Koplík
Typeset by LaTeX

Test č. 4

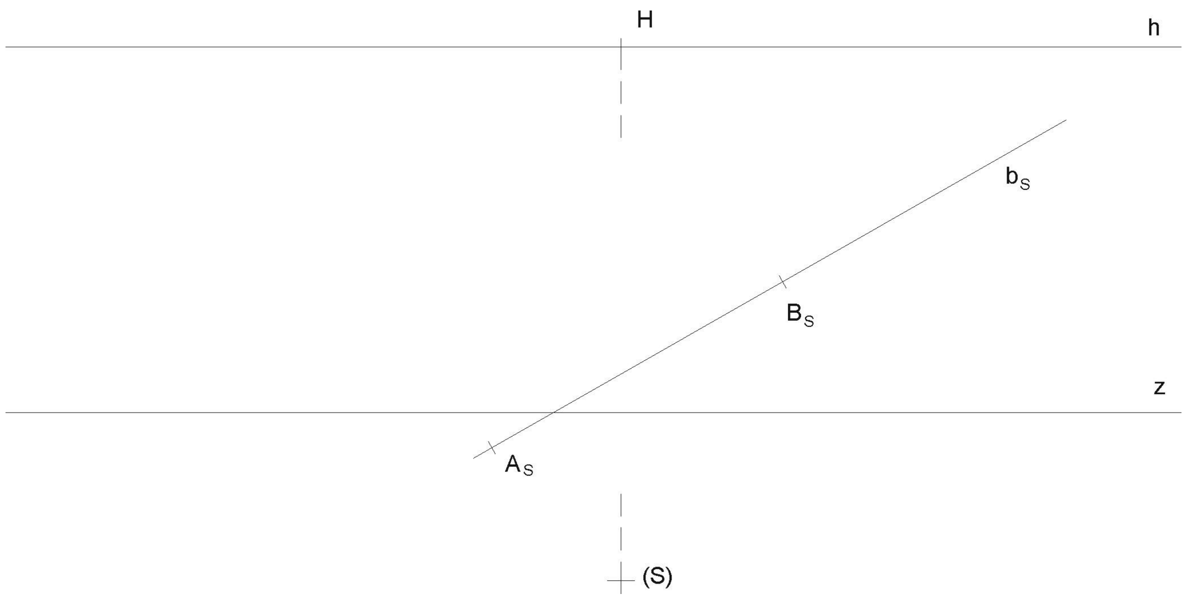
Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, zimní semestr

Lineární perspektiva

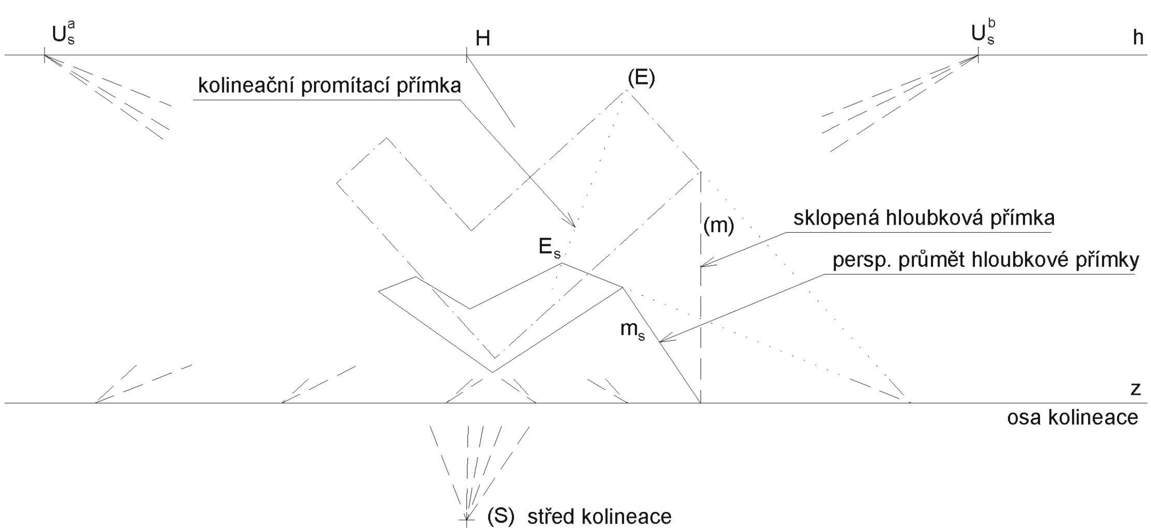
(1) Nad průměrem $A_S B_S$ (v horizontální rovině π) sestrojte metodou „osmi tečen“ (horní) půlkružnici ve vertikální rovině.

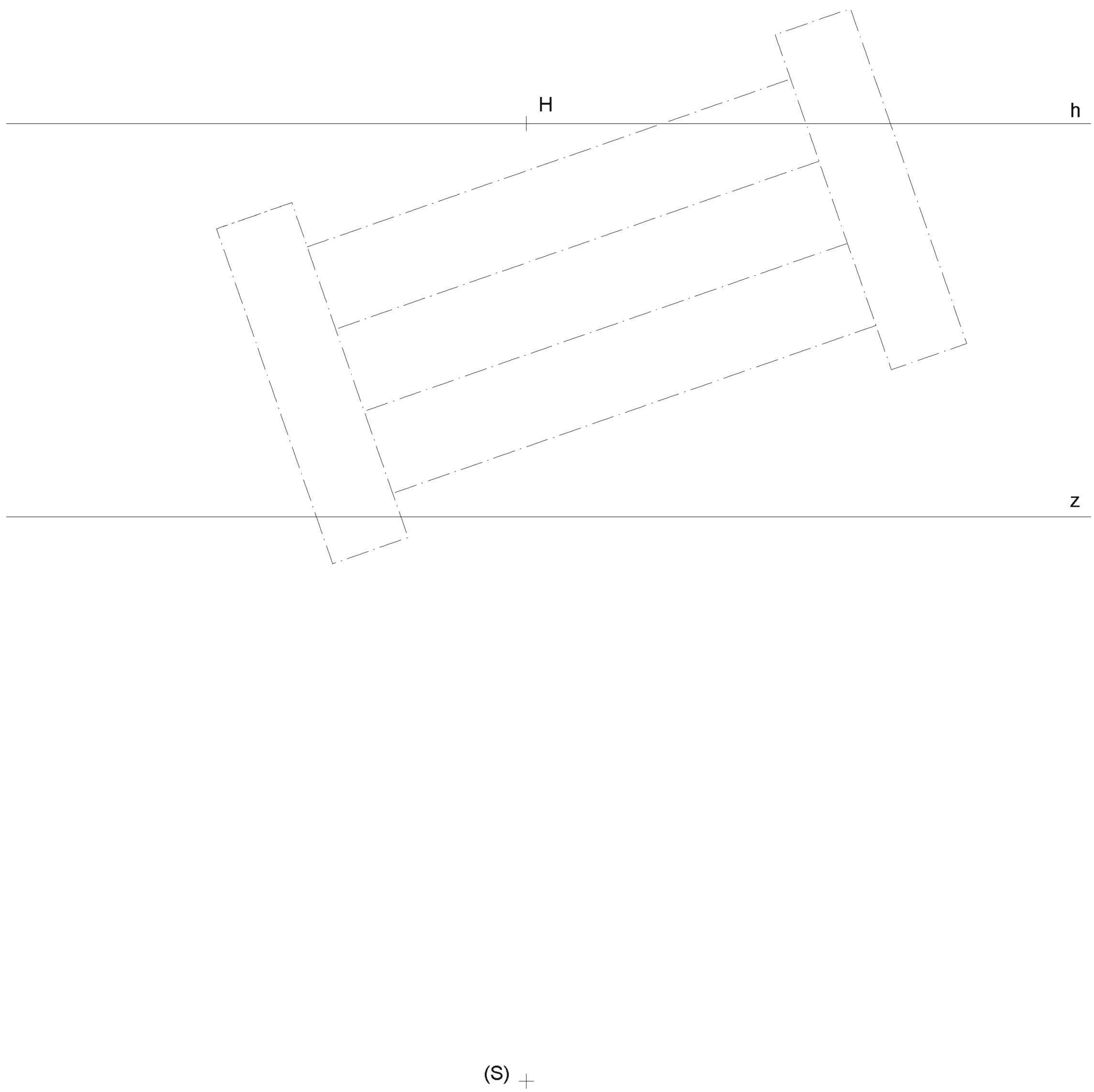


(2) Sestrojte kvádr $ABCDEFGH$ s podstavou v základní rovině π, je-li dána perspektiva jeho hrany $A_S B_S$ na přímce b_S, která leží v základní rovině π, a je-li dána podmínka, že skutečné velikosti tří kolmých hran jsou v poměru délek: $AB : AD : AE = 2 : 3 : 2$.



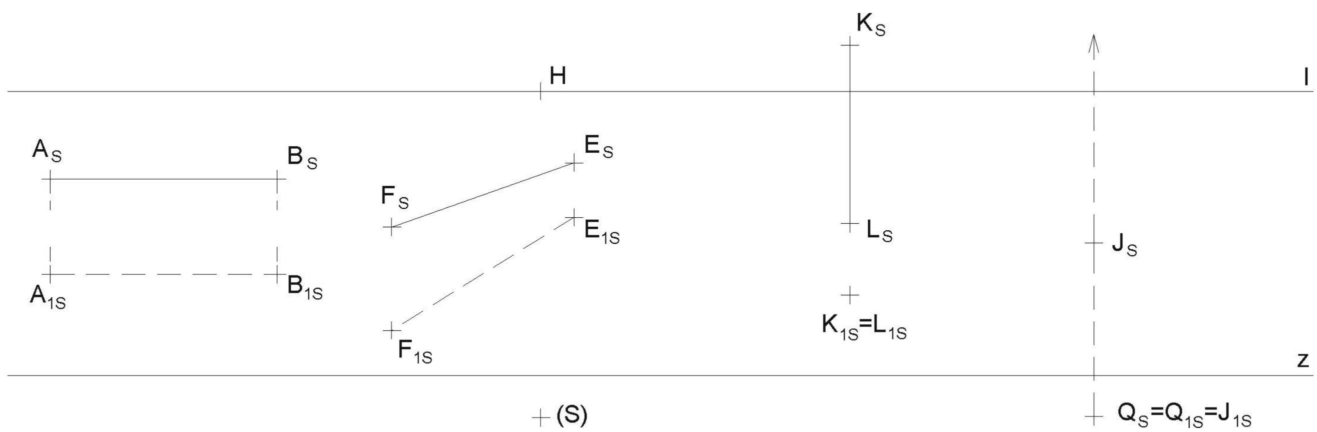
(3) Metodou „sklopeného půdorysu“ sestrojte perspektivu schodiště. Půdorys schodiště je již čerchovaně předrýsován v poloze „sklopeného půdorysu“. Postupujte podle principu, který je na obrázku. Připojte i výšky: boční zídky a jednotlivé stupně schodů. Doplňte nárysem v Mongeově promítání, ve stejném měřítku jako je zadaný sklopený půdorys.



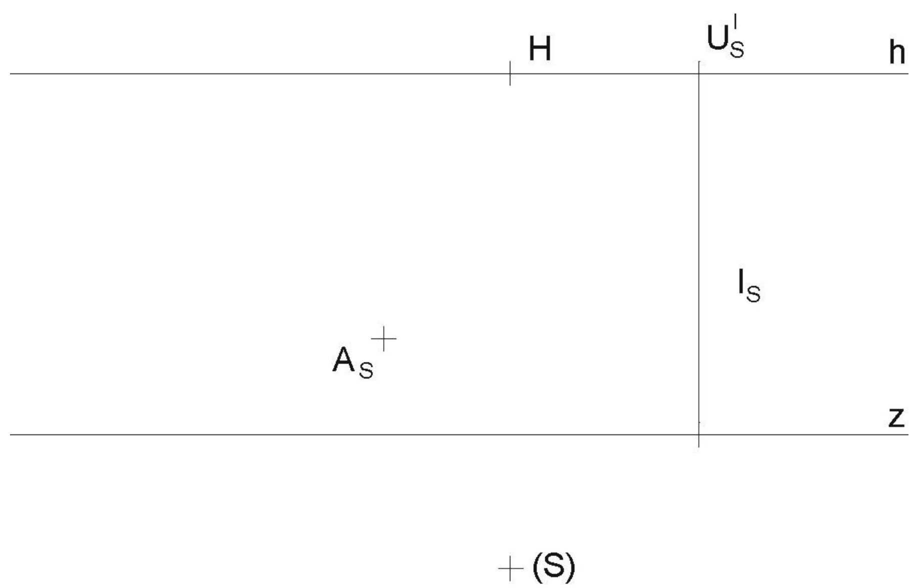


(4) Zjistěte skutečné velikosti úseček:
- úsečka AB je horizontální a v průčelné poloze (tj. rovnoběžná s persp. průmětnou),
- úsečka EF je horizontální, ale různoběžná s perspektivní průmětnou.

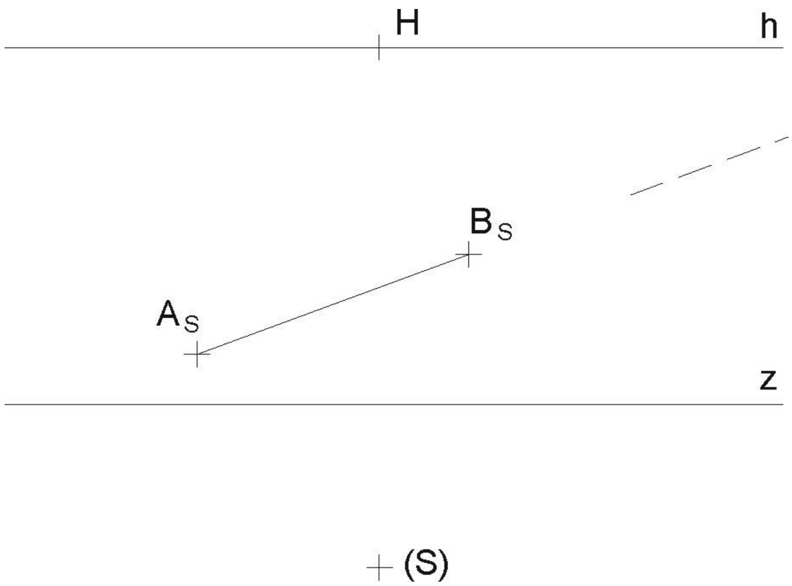
(5) Zjistěte skutečnou velikost úseček:
- úsečka KL je vertikální a vznáší se nad půdorysnou, jejím perspektivním půdorysem je bod $K_{1S} = L_{1S}$,
- hledá se průmět $J_S V_S$ úsečky JV, je-li její skutečná velikost $3cm$. Úsečka je vertikální a je dán její dolní koncový bod J_S. Přímka, na které leží tato úsečka, má průsečík s vodorovnou rovinou π Q_S, tudíž bod $Q_{1S} = J_{1S}$.



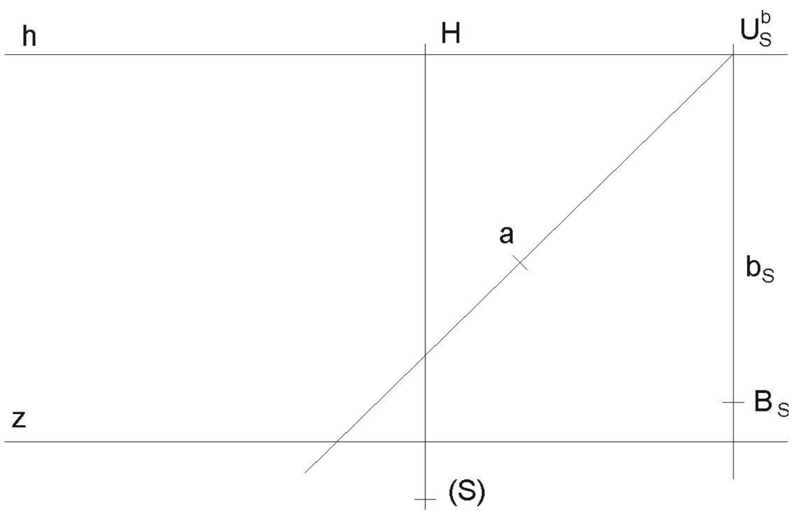
(6) Zjistěte skutečnou kolmou vzdálenost mezi bodem A_S a přímkou l_S, leží-li tyto útvary v horizontální půdorysně π.

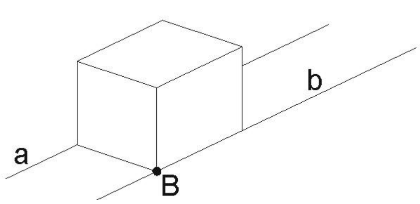


(7) Úběžník horizontální úsečky $A_S B_S$ vychází mimo papír. Nastudujte princip „redukovaná distance“ a zjistěte skutečnou velikost této úsečky užitím tohoto principu.

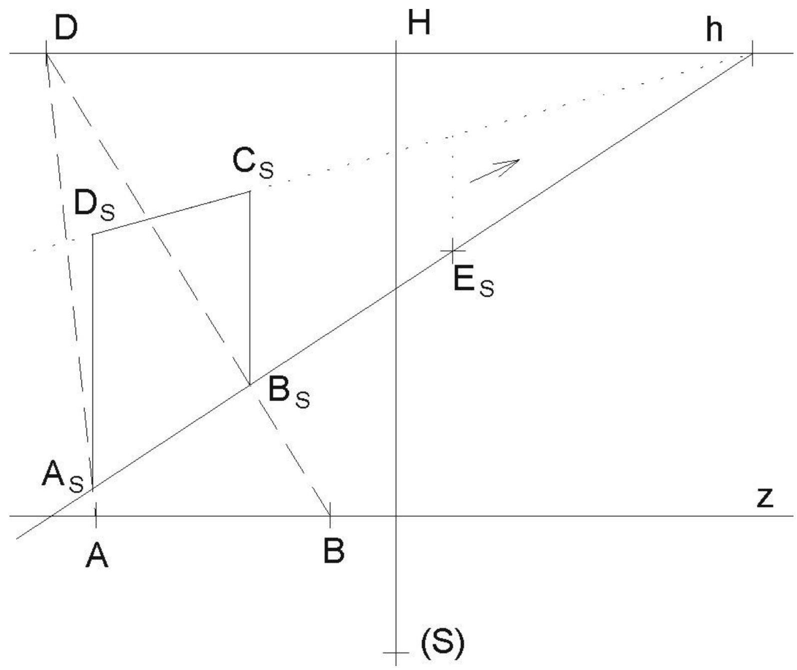


(8) Horizontální přímky a_S, b_S lze považovat za kolejnice. Sestrojte takovou krychli, která svými hranami „padne“ přesně na tyto kolejnice, tedy délka hrany krychle je rovna rozpětí mezi kolejnicemi (podle náčrtku). Je dán jeden vrchol B_S této krychle.

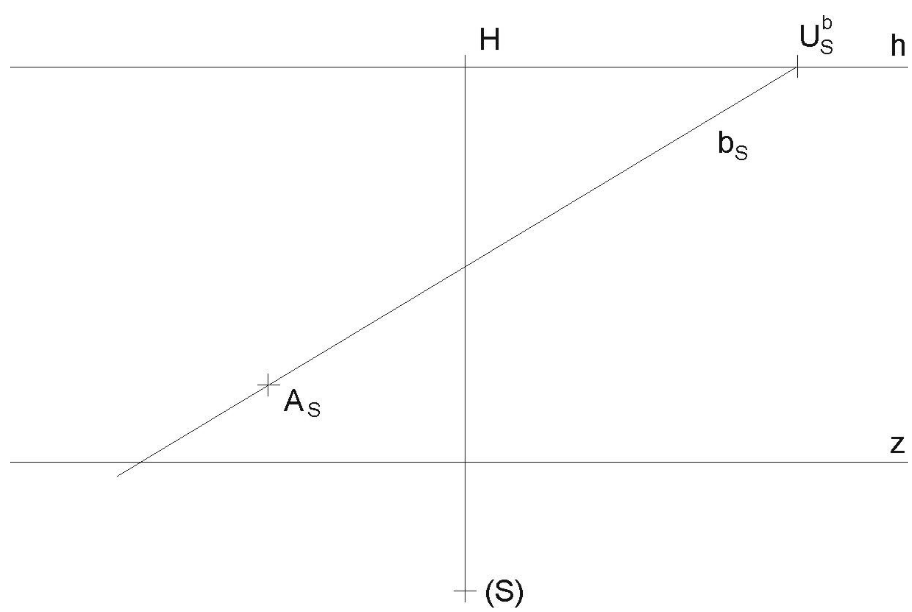




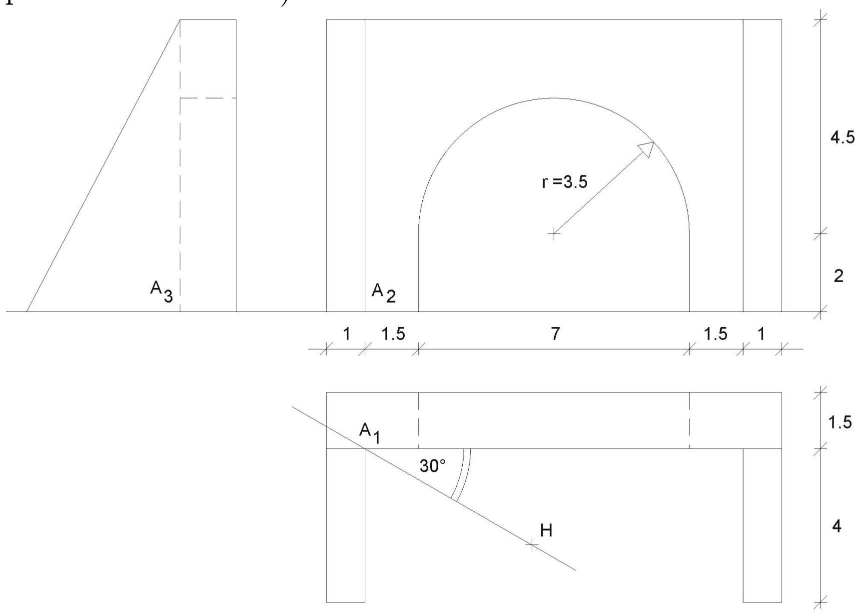
(9) Vertikální obdélník $A_S B_S C_S D_S$ přemístěte o trochu dále (stále nad přímkou b_s) do polohy, začínající bodem E_S na místo bodu A_S.

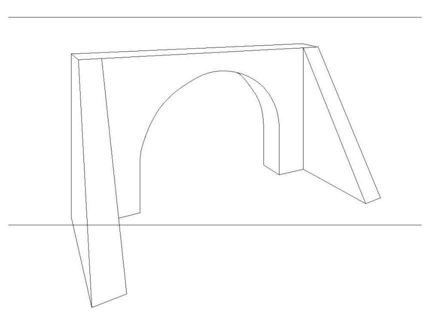


(10) Sestrojte horizontální síť čtvercových kachliček o rozměru hrany kachličky $3cm$, je-li dán výchozí vrchol A_S první kachličky, jejíž hrana leží na přímce b. Vykreslete aspoň $16(= 4 \cdot 4)$ kachliček, umístěných nalevo od přímky b_S. Užijte metody dělicích bodů a kontrolujte i úběžníkem společných úhlopříček těchto kachliček.



(11) Objekt je dán sdruženými průměty. Vertikální perspektivní průmětna je odkloněna od delší stěny o úhel 30°. Je dán hlavní bod H_1, velikost distance $d = 140$, výška horizontu $v = 80$. Veškeré kóty u pomocného obrázku jsou v metrech, měřítko je rovno poměru 1 : 100. Sestrojte perspektivu tohoto objektu (můžete kombinovat metodu sklopeného půdorysu i dělicích bodů). Rýsujte i neviditelné hrany (čárkovaně). Perspektivu kružnice sestrojte „metodou osmi tečen“ a připojte ještě další libovolné body kružnice metodou sítě (tvořenou čtverci) a sestrojte v některém z dalších bodů kružnice také tečnu. (Takovou sítí nejdříve pokryjte danou půlkružnici v pomocném obrázku.)





d=14

v=|HZ|

M=1:100

kóty v m

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.

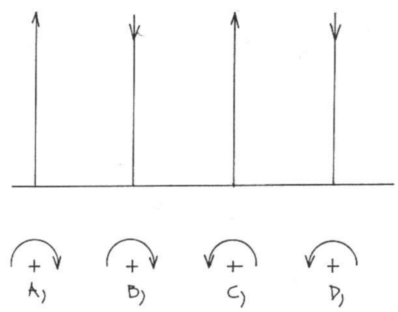
Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Petr Koplík
Typeset by LaTeX

Test č. 5

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, zimní semestr

Šroubovice

(1) V obr. 1 písemně popište varianty A až D, který z pohybů je *levotočivý* a který *pravotočivý*. Současný posun (příslušný k pootočení) ve směru osy o je vyznačen hroty šipek.



Obr. 1

(2) (a) V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 35)$. Rozvinutím šroubovice bodu $A[-15; 12; 25]$ odvoďte z dané výšky závitu $v = 40$ odpovídající parametr šroubového pohybu (tj. redukovanou výšku závitu v_o). Na tom, zda je pravotočivá, nezáleží.

(b) V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0, 30)$. Z dané redukované výšky závitu $v_o = 12$ odvoďte výšku závitu v pro bod $B(18, 8, 27)$.

Poznámka: všechny konstrukce na šroubovici se prakticky provádějí pomocí jejího rozvinutí v přímku!

(3) V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 38)$. Bod $C[17; 15; 37]$ přešroubujte levotočivě do nové polohy C' dolů o úhel $\alpha = 120°$ a odvoďte také polohu C'_2, jestliže výška jednoho závitu šroubovice je $v = 50$.

(4) V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 35)$. Vyšroubujte bod $D[-22; 16; 17]$ pravotočivě nahoru o výšku $30mm$ do polohy D', jestliže je dána redukovaná výška $v_o = 16$ závitu šroubovice.

(5) V Mongeově promítání je dána osa $o \perp \pi$, $o_1(0; 35)$. Sestrojte konstruktivně tečnu t levotočivé šroubovice v bodě $E[19; 14; 29]$, je–li dána výška závitu $v = 50$. Konstruktivně, užitím rozvinutí šroubovice do přímky (nestačí tedy jen vyrýsováním

celé šroubovice) odvoďte průsečík šroubovice s půdorysnou (tzv. stopník P^s šroubovice).

(6) V Mongeově promítání je dána osa o, $o_1(0;37)$, dále tečna $t \equiv PQ$ šroubovice, $P[-31;25;0]$, $Q[30;9;50]$. Najděte šroubovici, pro kterou je přímka t tečnou. Posuďte písemně, zda je pravotočivá. Odvoďte dotykový bod T této tečny s hledanou šroubovicí. Dále bod T přešroubujte o úhel $\alpha = 150°$ nahoru, odvoďte velikost současného posunu $\triangle z$.

(7) V Mongeově promítání je dána pravotočivá šroubovice osou $o \perp \pi$, $o_1(0;36)$, redukovaná výška závitu $v_o = 13$ a bod $T[14;59;37]$. Sestrojte v bodě T *„Frenetův trojhran"*: tečnu t, hlavní normálu n, binormálu b (druhou normalu) a vyznačte take stopy oskulační roviny $\omega \equiv tn$.

(8) V Mongeově promítání je dána pravotočivá šroubovice osou $o \perp \pi$, $o_1(0;39)$, redukovaná výška závitu $v_o = 11$ a stopy oskulační roviny $\omega(90;105;29)$. Sestrojte tečnu t šroubovice, ležící v oskulační rovině ω. Najděte dotykový bod T, odvoďte *„Frenetův trojhran"* a naneste od bodu T na tečnu t (směrem nahoru), na hlavní normálu n (směrem z válce ven) a na binormálu (směrem nahoru) úsečky, jejichž skutečná délka je $20mm$.

(9) V Mongeově promítání je dán rotační válec o ose $o \perp \pi$, $o_1(0;35)$, poloměru $r = 19$ se dvěma body na povrchu válce $A[-10; y_A > y_o; 18]$, $B[15; y_B < y_o; 60]$. Spojte tyto dva body po povrchu válce *„nejkratší čarou"*, tj. šroubovicí. Sestrojte dále v bodě B konstruktivně (nikoli odhadem) tečnu t^B. Vyhledejte konstruktivně (interpolačně, odhadem malých dílků) bod Q přechodu (změny) viditelnosti šroubovice na tomto válci (na jeho obrysové přímce).

Obrázek můžete přepočítat a zvětšit o 100% na celou plochu A4. Zvolte v půdoryse ten kruhový oblouk, který je kratší. Tím už bude určeno i zda je šroubovice např. levotočivá, vysvětlete v textu. Poté kruhový oblouk rozdělte na 8 dílků a stejně tak na 8 dílků i výškový rozdíl $\triangle z$ mezi body A a B. Korespondující osminy vyhledejte, vytvoří body hledané šroubovice. Pomocí rozvinutí této šroubovice odvoďte i redukovanou výšku závitu. Poté sestrojte nakonec i tečnu v bodě B.

(10) V kolmé axonometrii, $\triangle(86, 95, 107)$ vyrýsujte 1.5 závitu pravotočivých šroubovic o poloměru $r = 30$ se společným počátečním bodem $A \in \pi$, osou $o = z$ a redukovanými výškami v_o, v'_o, v''_o. Tyto redukované výšky volte tak, aby jeden vrchol V řídicího kužele měl axonometrický průmět uvnitř, druhý na a třetí vně elipsy (kterou je axonometrický půdorys hledaných šroubovic). Doporučujeme skutečné velikosti: pro $v_o = 9$, pro v'_o by mělo vyjít asi 15 a pro $v''_o = 22$. Bod $A^o = A^o_1$ volte na oblouku kruhové základny mezi kladnými poloosami x a y tak, aby jeho axonometrický průmět splynul s vedlejším vrcholem elipsy (která je průmětem kruhové

základny). V pátém dílku na šroubovicích (počítaje od bodu $A = 0, 1, \ldots$) sestrojte na každé šroubovici její tečnu, užitím konstrukce pro řídicí kužel.

Pro dělení na kruhové základně na 12 dílků užijte afinního vztahu s otočenou půdorysnou do axonometrické průmětny.

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu" znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat" znamená dorýsovat daný příklad.

Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Typeset by LaTeX

Test č. 6

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, letní semestr

Rozvinutelné a přechodové plochy

(1) V Mongeově promítání sestrojte síť kosého kruhového válce o středu $S(-58, 30, 0)$ kruhové podstavy, poloměr $r = 27$, podstava leží v půdorysně, druhá podstava je rovnoběžná s půdorysnou a má střed ${}^1S(0, 30, 58)$.

[Kruhovou základnu rozdělte pravidelně na dvanáct dílů a očíslování dvanácti bodů v půdorysu proveďte proti směru pohybu hodinových ručiček arabskými číslicemi. Začněte bodem $1(-85, 20, 0)$ na tom poloměru, který je rovnoběžný s osou x. Za tohoto předpokladu sestrojte konstruktivně, s použitím *Catalanovy věty*, viz Holáň III. str. 14 a 19, v síti tečny a oskulační kružnice v bodech 1, 3, 4 rozvinuté podstavné hrany. Tuto hranu rýsujte křivítkem. Kruhové podstavy k síti - z důvodu úspory místa - nepřipojujte. Použijte buď tenký papír formátu A3 nebo dva formátu A4, tužkou, všechny konstrukce ponechte. Nastudujte podrobně Catalanovou větu.]

(2) V Mongeově promítání sestrojte síť kosého kruhového kužele o středu $S(-48, 40, 0)$ kruhové podstavy v půdorysně a poloměru $r = 31$ a vrcholu $V(0, 40, 60)$.

[Tak, jako v příkladu (1) očíslujte pravidelně na kruhové základně dvanáct bodů, počínaje bodem $1(-79, 40, 0)$, proti směru pohybu hodinových ručiček. S použitím Catalanovy věty - odkaz viz výše - sestrojte v síti tečny a oskulační kružnice v bodech 1, 3, 4, 7 rozvinuté kruhové hrany a v bodě inflexním, který označíte J. Rozvinutou hranu rýsujte křivítkem. Inflexní body jsou dva, stačí vyšetřit jen jeden. Jedná se o půdorysný stopník J obrysové přímky kužele při pohledu na půdorysnu. Použijte formátu A3 nebo dvou formátů A4. Podobný příklad viz Holáň III, str. 17.]

(3) V Mongeově promítání sestrojte přechodovou rozvinutelnou plochu (viz Holáň III, str.16., př. 2 a obr. 10) mezi dvěma danými potrubími (tj. mezi rotačními válcovými plochami) a připojte rozvinutí (tj. síť) sestrojené přechodové plochy. Rozvinutelná plocha je určena kružnicemi k a ${}^1k$ (tj. vhodné řezy na válcových plochách rovinami, kolmými k jejich osám). Kružnice k leží v půdorysně a má střed $S(0, 45, 0)$, poloměr $r = 38$. Kružnice ${}^1k$ leží v rovině $\alpha(50, \infty, 25)$ a má střed ${}^1S(8, 42, ?)$, poloměr $r = 27$. Sestrojte ve vybraných bodech rozvinuté kruhové hrany k (tj. v síti) užitím Catalanovy věty tečny hrany a oskulační kružnice. Podobný příklad viz Holáň III, str. 16, obr. 10.

[Kruhovou hranu v půdorysně rozdělte pravidelně na 12 dílů, očíslujte - počínaje číslem $1(-38, 45, 0)$ proti směru pohybu hodinových ručiček. Catalanovou větu poté použijte v bodech 1, 3, 4. Ze sítě stačí, když vyrýsujte křivítkem rozvinuté kruhové hrany v úseku 1 až 4 včetně.]

(4) V Mongeově promítání sestrojte rozvinutelnou plochu, určenou půlkružnicí k, ležící v půdorysně o středu $S(25, 35, 0)$, poloměr $r = 30$ a polovinou elipsy ${}^1e$ v rovině rovnoběžné s půdorysnou. Půlkružnice je ohraničena průměrem, rovnoběžným s osou x a y-ové souřadnice jejich bodů jsou menší než jejího středu (rozprostírá se od středu S směrem k ose x). Polovina elipsy má střed ${}^1S(-30, 65, 45)$ a je omezena hlavní osou s vrcholy ${}^1A(-70, 65, 45)$, ${}^1B(10, 65, 45)$ a vedlejším vrcholem ${}^1C(-30, 40, 45)$, hlavní osa je tedy rovnoběžná s osou x a vedlejší poloosa poloviny elipsy směřuje k nárysně. Užijte tuto polovinu elipsy, která obsahuje vedlejší vrchol ${}^1C$. Plocha je tedy otevřená směrem k pozorovateli nárysny, vytváří jistý druh žlabu. Sestrojte nejméně 7 povrchových přímek plochy.

[Platí, že tečná rovina ve všech bodech - a tedy i na kružnici k a elipse ${}^1e$ současně a u konkrétní povrchové přímky musí být společná.
Dále sestrojte síť části této plochy (obsahující levou čtvrtkružnici k). Křivítkem v síti vyrýsujte rozvinutou kruhovou a eliptickou hranu. V obou koncových bodech $K(-5, 35, 0)$, $L(25, 5, 0)$ vybraného úseku rozvinuté kruhové hrany (příslušného k levé čtvrtkružnici) sestrojte užitím Catalanovy věty tečny a oskulační kružnice. Na této části sítě při rozvinuté kruhové hraně odvoďte *inflexní tečnu* (její dotykový bod J s rozvinutou kruhovou hranou je půdorysným stopníkem obrysové povrchové přímky plochy vzhledem k půdorysně (bod J v síti odhadněte interpolací). Počátek souřadné soustavy je uprostřed stránky A4, síť rýsujte na další papír A4 nebo vhodně rozložte oba obrázky na formát A3.]

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.

Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Typeset by LaTeX

Test č. 7

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, letní semestr

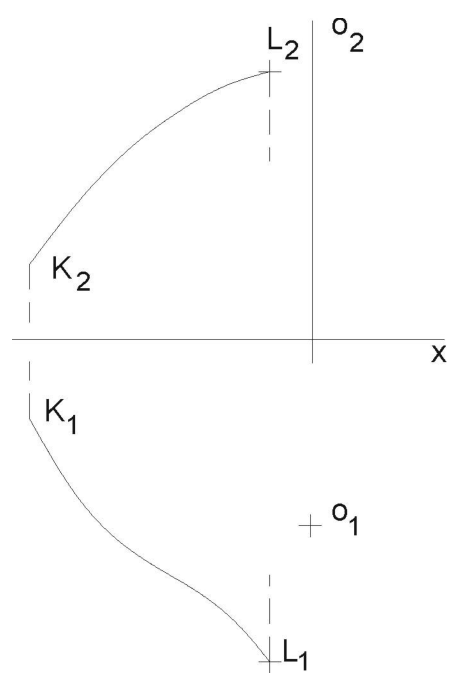
Proniky rotačních ploch

Některé příklady jsou čerpány ze skripta: Holáň Štěpán, Holáňová Libuše – Cvičení z deskriptivní geometrie III. – Plochy stavebně technické praxe, Fakulta stavební VUT, Brno 1992.

(1.př. zadán přímo; 2.př. str.34., cv.9.; 3.př. str.35., cv.14.; 4.př.je zadán přímo; 5.př. zadán přímo)

V Mongeově promítání - kladný směr osy x doprava.

(1) Sestrojte hlavní meridián rotační plochy (tj. čáru skutečného obrysu vzhledem k nárysně), která vznikne rotací obecné prostorové křivky k (s koncovými body K, L) okolo osy o, podle obr. 1. V některém bodě prostorové čáry sestrojte tečnou rovinu τ, především její spádovou přímku s^τ, protínající osu rotace a půdorysnou stopu p^τ tečné roviny. (viz obr.1)



Obr. 1

(2) Sestrojte elipsu, která se dvakrát dotýká elipsy a prochází body $A(-5;-28)$, $B(13;8)$, $C(-37;11)$. Elipsa je určena středem $S(0;0)$, hlavní poloosou $a = 50$ na ose x, vedlejší poloosou $b = 35$

[Úloha je z počátku formulovaná jako rovinná záležitost. Proto z počátku vynášíme jen podle dvou os x a y. Půdorys připojujeme teprve později jako pomocnou metodu.]

Návod: Danou elipsu považujte za hlavní meridián rotačního elipsoidu s osou rotace kolmou k půdorysně. Půdorysnu volte tak, aby celý elipsoid byl nad ní (tj. osu $x_{1,2}$ pod elipsou).Půdorys o_1 osy rotace volte dostatečně pod osou $x_{1,2}$ tak, aby se oba průměty elipsoidu nepřekrývaly. Body A, B, C považujte za druhé průměty bodů na ploše elipsoidu (a nikoli uvnitř plochy). Má-li hledaná elipsa (je to rovinná křivka) procházet body A, B, C, bude ležet v jejich rovině $\rho = ABC$. Tyto tři body jsou však na povrchu daného elipsoidu, proto i hledaná elipsa je na povrchu a musí tudíž nutně být rovinným řezem daného elipsoidu (s tím, že body přechodu viditelnosti se stanou současně (v požadavku úlohy „*...dvakrát se dotýká elipsy...*“) dotykovými body dané a hledané elipsy.
Odvoďte za tohoto předpokladu půdorysy daných bodů: bodem, na př. A_2 proložte kružnici (ležící na ploše elipsoidu a mající svůj střed na ose rotace.) Její poloměr přenesete z 2. průmětu kružítkem do 1. průmětu. Uvědomte si, že 1. průmět na př. bodu A_1 se odvodí ordinálou z bodu A_2. Avšak tato ordinála v obecném případě protne uvažovanou kružnici dvakrát. Vaším úkolem je vybrat pro další postup jen jednu polohu A_1, z obou možných. Obdobně musíte vybrat ze dvou možností i bod B_1 a C_1. V dalším považujte tyto body za vrcholy trojúhelníka a najděte za této podmínky napřed stopníky stran trojúhelníka a potom i stopy roviny $\rho \equiv ABC$.
Řešením tedy je průsek (rovinný řez) elipsoidu rovinou ρ. Uplatněte (nastudujte předem, např. str.23. Holáň III)) všechny kroky, obvyklé při úloze „*rovinný řez rotační plochy*“, tj. body přechodu viditelnosti na křivce řezu vzhledem k nárysně a vzhledem k půdorysně, nejvyšší bod M_2 a nejnižší bod N_2 křivky řezu). Vyrýsujte jen jedno z možných řešení (různá řešení vznikají různou volbou bodů A_1, B_1, C_1 - viz nahoře).
Dále můžete v některém bodě A, B, C sestrojit tečnou rovinu τ plochy elipsoidu a tečnu t řezu (jako průsečnici roviny řezu ρ a tečné roviny τ.)

(3) Sestrojte průnik rotačního kužele a plochy kulové, která se dotýká jednak kužele v bodě $T[-10;?;66]$ a půdorysny. Kužel má podstavu v π o středu $O[0;53;0]$ a poloměru $r = 42$, výška $v = 100$.

- Sestrojte tečnu průnikové křivky v jejím obecném bodě.
- Sestrojte také body přechodu viditelnosti průnikové čáry na obrysových povrchových přímkách kužele vzhledem k nárysně.

- Sestrojte body přechodu viditelnosti na kružnici, která vytváří půdorysný obrys kulové plochy.

Návod: Nejdříve odvodíme 1.průmět T_1 bodu T na povrchu kužele: proto v hladině $z = 66$ zavedeme na kuželu kružnici, odvodíme její půdorys a ordinálou vybereme 1. průmět T_1 (je to náročné na pečlivé rýsování). Doporučuji vybrat takovou polohu T_1, která má menší y-ovou souřadnici od osy x než střed O_1. Celá průniková čára bude v prostoru symetrická podle roviny σ , procházející body O, T kolmo k půdorysně. Určíme tedy rovinu $\sigma_1 \equiv O_1T_1$, (tj. přímku σ_1). Využijeme symetrie. Tuto rovinu sklopíme o pravý úhel do půdorysny a vytvoříme tak vlastně třetí průmět pro celý průnik. Povrchová přímka kužele, jdoucí bodem T, se stane potom v třetím průmětu obrysovou přímkou kužele. Kulová plocha se v třetím průmětu zobrazí jako kružnice, dotýkající se osy sklápění $x_{1,3} = \sigma_1 = \pi_3$, tj. třetího průmětu půdorysny. Aby vůbec k průniku došlo, musí se kulová plcha dotýkat kužele tzv. „zevnitř“. Proto se zobrazí kulová plocha jako kružnice, dotýkající se takové povrchové přímky kužele, která prochází bodem T. Kružnice se dotkne povrchové přímky právě přesně v bodě T_3. Pro narýsování kružnice známe tedy tečnu s dotykovým bodem T_3 a další tečnu x_{13}. (V dotykovém bodě T_3 sestrojíme kolmici k tečně. Dále sestrojíme kružítkem osu souměrnosti úhlu mezi těmito dvěma tečnami. Průsečík kolmice a symetrály je hledaný střed S_3 kulové plochy). Ordinálou odvodíme 1. průmět $S_1 \in \sigma_1$ a konečně i S_2 (přičemž jeho z-ová výška se převezme z třetího průmětu). Poloměr kulové plochy je v prostoru vzdálenost ST a zobrazí se v třetím průmětu ve skutečné velikosti jako úsečka S_3T_3.
Protože kulová plocha má nekonečně mnoho os rotace, vybereme do úvah tu, která je rovnoběžná s osou kužele, čili osa kulové plochy bude kolmá k půdorysně (abychom měli pro průnik případ dvou rovnoběžných os rotace). Řešíme potom jako u soustavy s dvěma rovnoběžnými osami (ale od nárysny různě odsunutými, umístěnými s různými y-vými vzdálenostmi od nárysny). Zavádění vodorovných hladin začínáme v nárysu. Do 1. průmětu odvozujeme příslušné kružnice – vždy v hladině po jedné z každého tělesa. Takové kružnice se budou v 1. průmětu protínat už v bodech průnikové čáry. Tyto body odvodíme do nárysu a dáme pozor, abychom vybrali právě tu hladinu, ve které body vznikaly. Pokud se už kružnice v půdorysu neprotnou, znamená to, že jsme v oblasti, kde už není žádný bod průnikové čáry.

- Obrysové body průnikové čáry vzhledem k půdorysně vznikají jen na „rovníku“ kulové plochy. Proto uplatníme právě hladinu této kružnice a v ni obecnou metodou najdeme průnikové body. V náryse se stávají jen pomocnými, obecnými body a vhodně doplňují průnikovou čáru.
- Obrysové body v nárysu rozdělíme na oddělené konstrukce pro nárys kužele a pro nárys kulové plochy. Hledáme je až po dostatečně přesném vyrýsování průnikové čáry (co nejvíce bodů)

a) Nárysem kužele jsou dvě povrchové přímky (které se v půdoryse jeví jako rovnoběžka s osou x, vedená bodem V_1). Takže, kde v 1. průmětu tato rovnoběžka

(= dvě povrchové přímky kužele v půdoryse) protne průnikovou křivku, tam jsou hledané body pro nárys. Proto ordinálou (případně za pomoci třetího průmětu) odvodíme jejich přesnou polohu v náryse.

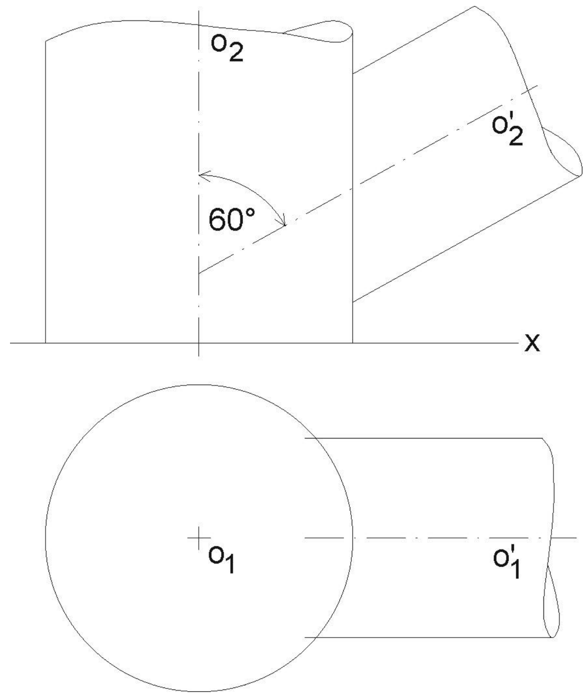
b) Nárysem kulové plochy je kružnice, jejíž rovina prochází středem S kulové plochy a sice rovnoběžně s nárysnou. V půdoryse se jeví jen jako úsečka, rovnoběžná s osou x (jako průměr kulové plochy). Zase vyhledáme v půdoryse průsečíky tohoto průměru s půdorysem průnikové čáry a ordinálou odvodíme nárys těchto průsečíků na obrys kulové plochy (kontrolujeme z-ovou výšku s přihlédnutím ke třetímu průmětu).

- Nejvyšší bod M_3 průnikové čáry je průsečíkem třetího průmětu kužele a kulové plochy, tedy přímky a kružnice. Leží v rovině souměrnosti σ_1 . V náryse je tečna průnikové čáry v tomto bodě M_2 rovnoběžná s půdorysnou!
- *Tečna průnikové čáry*: je průsečnicí dvou tečných rovin, dotýkajících se obou ploch v příslušném společném bodě X průnikové čáry. Jedná se o samostatnou úlohu „*konstrukce tečné roviny*“ (str.22. Holáň III) směřující až k vyhledání její půdorysné stopy. Vyhledání půdorysné stopy zde není možno (pro obsáhlost) popsat. Jakmile však najdeme obě půdorysné stopy p_1^α a p_1^β, jejich průsečík P^t je už stopníkem hledané tečny. Takže jej stačí spojit s příslušným bodem X průnikové čáry a tak získáme tečnu $t = P^tX$. Tečnu k průnikové čáře je možné konstruovat také jako kolmici k rovině určené normálami k rotačním plochám v daném bodě.

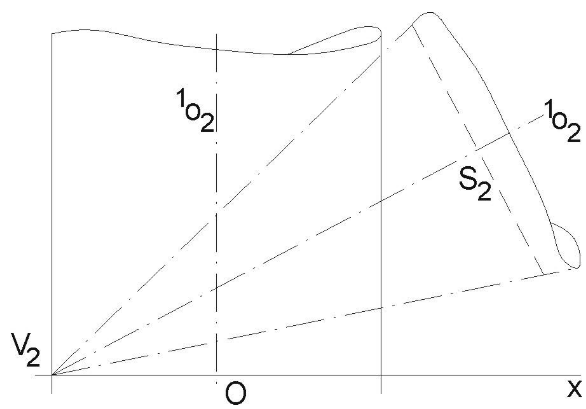
(4) Sestrojte průnikovou křivku dvou rotačních ploch válcových, jejichž osy se protínají pod úhlem 60° a osy jsou přitom rovnoběžné s nárysnou. Rotační válcové plochy mají poloměry $r = 30$ se svislou osou o a poloměr $r' = 25$ s nakloněnou osou o'. Sestrojte tečnu v obecném bodě průnikové čáry. Připojte i půdorys těchto válců a vyznačte v něm také průnikovou křivku s tečnou. (*Pro průnik užijte metodu soustředných pomocných kulových ploch. Pro tečnu užijte metodu normálových rovin.*) Obr.2 je jen orientační. Rýsujte podle údajů.

(5) Sestrojte průnik rotačního válce s rotačním kuželem, jejichž osy se protínají a leží v nárysně. Rotační válec má svislou osu ^1o, procházející bodem $Q[0,0,0]$ a poloměr $r = 30$, rotační kužel má osu $^2o = VS$, vrchol kužele $V[-30,0,0]$, střed kruhové podstavy (kolmé k nárysně) $S[60,0,51]$, poloměr podstavy $^2r = 35$. Sestrojte v jednom bodě průnikové čáry její tečnu. (*Opět užijte pro průnikovou čáru metodu soustředných kulových ploch a pro tečnu průnikové čáry normálové roviny v průnikovém bodě čáry.*) Obr.3 je jen orientační. Rýsujte podle souřadnic.

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.



Obr. 2



Obr. 3

Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Petr Koplík
Typeset by LaTeX

Komentář k příkladu č.1, Testu č.7 pro letní semestr
Tečná rovina rotační plochy
(určené obecnou prostorovou čárou k a osou rotace)
Mongeova projekce

Způsob I.:

a) sestrojíme hlavní meridián této plochy. Proto zavedeme osou o rovinu ν', rovnoběžnou s nárysnou ν. Potom rozdrobíme prostorovou křivku na vícero bodů. Každý z nich, např. L v půdoryse kružítkem natočíme do polohy L_1^o v rovině ν_1'. Takový bod v nárysе prodělává kruhovou dráhu, promítající se do vodorovné úsečky, rovnoběžné s osou x. Nachystáme v nárysе průmět dráhy bodu L_2. Z bodu L_1^o vedeme ordinálu do nárysu, do hladiny této vodorovné úsečky. Tak získáme L_2^o. Dostatečné množství bodů typu L_2^o nám vytvoří hlavní meridián.

b) nyní na prostorové křivce k_1 zvolíme libovolný bod Q_1 - mimo rovinu ν_1'. Zavedene v něm v půdoryse spádovou přímku tečné roviny τ. Tato spádová přímka s^τ musí zásadně protnout osu rotace: $Q_1.o_1 \equiv s_1^\tau$ (a na ni později bude půdorysná stopa tečné roviny kolmá).

c) bod Q_1 přetočíme do polohy Q_1^o , do roviny ν_1'. Jeho nárys Q_2^o – ordinálou – leží na hlavním meridiánu. Můžeme zkontrolovat, zda máme zachovanou výškovou úroveň nad π bodu Q_2 .

d) v bodě Q_2^o zavedeme (zkusmo, přiložením pravítka ke křivce hlavního meridiánu) tečnu s_2^o k hlavnímu meridiánu. Popíšeme její půdorysný stopník P_2^o a odvodíme do půdorysu P_1^o do roviny ν_1' .

e) kružítkem přetočíme tento P_1^o okolo osy o až na první průmět spádové přímky s_1^τ [kterou máme nachystanou v odstavci b)]. Tento P_1 je půdorysný stopník spádové přímky s_1^τ.

f) tímto stopníkem vedeme půdorysnou stopu p_1^τ tečné roviny τ a sice kolmo ke spádové přímce s_1^τ.

g) nárysná stopa tečné roviny - obvyklým způsobem: známe půdorysnou stopu a bod Q. Proto vedeme bodem Q hlavním přímku (třeba první osnovy, rovnoběžnou s půdorysnou stopou tečné roviny), vyhledáme nárysný stopník této hlavní přímky a tímto nárysným stopníkem už bude procházet nárysná stopa.

Způsob II.:

Je kratší. I když v úloze č.1 je obecný požadavek na sestrojení hlavního meridiánu, pro tuto konstrukci tečné roviny v bodě Q při způsobu II. jej nemusíme mít.

a) v bodě Q_1 zavedeme tečnu q_1 prostorové čáry k_1 (přiložením pravítka ke křivce k_1). Podobně tečnu q_2 ke křivce k_2.

b) najdeme půdorysný stopník P_2^q a posléze i P_1^q této tečny q. Platí (za předpokladu, že existuje tečná rovina v bodě Q a že už existuje i půdorysná stopa tečné roviny), že všechny tečny, dotýkající se plochy v bodě Q, leží v tečné rovině. Proto jejich půdorysné stopníky leží na půdorysné stopě tečné roviny!
c) bodem Q_1 vedeme přímo půdorys s_1^τ spádové přímky (do osy o_1).
d) stopníkem P_1^q vedeme ihned půdorysnou stopu p_1^τ (může to být zatížené grafickou nepřesností) a sice kolmo k půdorysu spádové přímky s_1^τ
e) nárysnou stopu sestrojíme stejně, jako v odstavci I.g), nebo najdeme nárysný stopník přímky q.

Mgr. Jan Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Typeset by LaTeX

Test č. 8

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, letní semestr

Šroubové plochy

(1) V Mongeově projekci je dána *pravotočivá pravoúhlá uzavřená přímková šroubová plocha* osou šroubového pohybu $o \perp \pi$, $o_1(0, 30)$, parametr šroubového pohybu $v_o = 18$, šroubuje se úsečka $\overline{AB}$, $A[-50, 80, 25]$, $B[-15, 45, 25]$. Na ploše je dán bod T' jeho půdorysem $T_1'[25, 42, ?]$. Sestrojte přesně nárys T_2' a odvoďte stopy p^τ, n^τ tečné roviny τ v bodě T'.

[výsledek přibližně: $\tau(-250, 5; 132; 77)$]

(2) V Mongeově projekci je dána *levotočivá pravoúhlá otevřená přímková šroubová plocha* osou o šroubového pohybu kolmou na π, $o_1(0, 40)$, parametrem pohybu $v_o = 20$, šroubuje se úsečka $\overline{AB}$, $A[20, 60, 30]$, $B[70, 60, 30]$. Na ploše je dán bod T' jeho nárysem $T_2'[10, ?, 46]$.

a) Odvoďte přesně půdorys T_1' tohoto bodu.
b) Sestrojte v bodě T' tečnou rovinu τ plochy.
c) Vyrýsujte polovinu závitu této plochy

[výsledek: stopy tečné roviny $\tau(42, -42, 17)$, $y_T = 80$, přibližně]

(3) V kolmé axonometrii $\Delta(100, 110, 120)$ sestrojte jeden a čtvrt závitu *pravotočivé pravoúhlé uzavřené šroubové přímkové plochy*, která je určena šroubováním úsečky $\overline{AB}$. Šroubový pohyb je určen osou $o \equiv z$ a redukovanou výškou závitu $v_o = 15mm$, $A[40, 0, 0]$, $B[0, 0, 0]$. V bodě $T[0, 30, ?]$ sestrojte tečnou rovinu τ, včetně jejich tří stop p^τ, n^τ, m^τ! Sestrojte křivku, která je čarou zdánlivého obrysu pro axonometrický průmět.

(4) V kolmé axonometrii $\Delta(100, 90, 80)$ sestrojte *pravotočivou kosoúhlou uzavřenou šroubovou přímkovou plochu* danou osou $o \equiv z$ šroubového pohybu, tvořící úsečkou $\overline{AB}$, $A[40 \cdot \cos 30°; -40 \cdot \sin 30°; 0]$, $B[0; 0; 20]$, skutečná velikost výšky závitu v=120. Sestrojte jednu výšku závitu i s vyznačením viditelnosti, zejména dbejte na vyrýsování křivek axonometrického obrysu (tj. malých obloučků dole a nahoře nalevo), průmět šroubované úsečky se těchto křivek dotýká a od dotykového bodu mění svou viditelnost.

Poznámka: rotační válec, nesoucí šroubovici bodu A má kruhovou podstavu se středem v počátku a poloměrem 40. Označme průsečík Q osy x (je nalevo) s kruhovou podstavou. Potom bod A je umístěn na této kruhové podstavě nalevo od bodu Q, pootočený od bodu Q o úhel 30° ve smyslu otáčení hodinových ručiček.

(5) V Mongeově projekci sestrojte *levotočivou cyklickou šroubovou plochu*, jestliže rovina šroubované kružnice je svislá a prochází navíc osou o (Označovanou v literatuře historickým jménem *Plocha sv. Jiljí* podle poprvé zaznamenaného stavebního uplatnění v jisté stavbě stejného názvu. Byla použita jako plocha nad šroubovým schodištěm, které propojuje dvě chodby s valenými klenbami, avšak chodby jsou v různých úrovních).

Plocha je určena levotočivou šroubovicí k, uplatněnou na střed $S[-55, 80, 27]$, poloměr kružnice h o středu S je 27, osa šroubového pohybu o prochází bodem $Q[0, 80, 0]$, $o \perp \pi$, velikost parametru šroubového pohybu $v_o = 20$. Šroubujte jenom *horní* polovinu kružnice h o polovinu výšky závitu nahoru. Bod S očíslujeme indexy jako 0, dále pak 1, 2, … nahoru. Vyznačte viditelnost vzhledem k nárysu (dovnitř plochy bude částečně vidět).

a) Sestrojte půdorysný obrys plochy.
b) Sestrojte nárysný obrys plochy (s vyznačením i viditelných částí vnitřku klenby, tj. neviditelné části kružnic čárkovaně a viditelně plně).
c) Sestrojte tečnou rovinu τ, která se plochy dotýká v bodě T na kružnici ${}^2h$ o středu v bodě 2 (tj. odkloněné od výchozí kružnice se středem S_1 o úhel 60°. Bod T volte na této kružnici tak, aby vzdálenost bodu T od osy o šroubového pohybu byla asi $49mm$.

Pro konstrukci tečné roviny užijte tečny t šroubovice bodu T a tečny g kružnice ${}^2h$, která má střed v bodě 2. Najděte stopy tečné roviny τ.

[z výsledku: půdorysný stopník P^g by měl mít polohu asi $68mm$ od osy o, jeho nárys asi $49mm$ od osy o_2]

(6) V Mongeově projekci sestrojte *Archimedovou serpentinu*, která je určena: pravotočivou šroubovicí $k \equiv (o, v_o)$, kde osa o šroubovice k prochází bodem $Q[0, 80, 0]$ kolmo k půdorysně ($Q \in o \perp \pi$), redukovaná výška závitu (čili parametr šroubového pohybu či výška řídicího kužele) $v_o = 15mm$, šroubuje se kulová plocha o středu $S[0, 110, 0]$ (který bude ležet na dané šroubovici) a poloměru $r = 20mm$. Archimedova serpentina je obalovou plochou kulových ploch.

a) Sestrojte oba průměty plochy, tj. obrys plochy v nárysně a v půdorysně. Poznámka pro případnou pomoc ze strany třetí osoby při samostudiu: Pro nárys body vratu na čáře zdánlivého obrysu sestrojte jen přibližně. První průmět

těto čáry (skutečného obrysu vzhledem k nárysně) v půdorysu nemusíte sestrojovat.
Čarou skutečného obrysu vzhledem k půdorysně je rovníková a hrdelní šroubovice. Sestrojte nárys těchto šroubovic.

b) Plochu serpentiny ukončete dole kulovou plochou o středu S a nahoře ve výšce jednoho závitu tvořící kružnicí ^{12}m (která je dotykovou kružnicí kulové plochy se serpentinou a jejím průmětem bude elipsa).
c) Sestrojte tečnou rovinu τ, která se plochy dotýká v bodě T, včetně jejich stop p^τ a n^τ. Bod T leží na horní polovině tvořící kružnice ^3m a má $T[40, ?, ?]$. Číslujeme od bodu S (číslo 0) vzestupně pravotočivě, v půdoryse proti směru pohybu hodinových ručiček (tj. souřadnice bodu $^3S[30, 80, ?]$).

Poznámka: Klasická konstrukce tečné roviny k ploše, jako roviny určené dvěma tečnami ke křivkám na ploše je zde složitější než úvaha, že tečná rovina τ je v prostoru kolmá k poloměru kulové plochy, směřujícímu ze středu kulové plochy k bodu T. (Poloměr $\overline{ST}$ kulové plochy je ale velmi krátká úsečka a konstrukce bude proto zatížena jistou nepřesností.) Pro konstrukci roviny τ, (kolmé k poloměru) bychom užili hlavních přímek obou osnov roviny τ (vedených bodem T) a jejich kolmých průmětů k průmětu této úsečky, dále stopníků těchto hlavních přímek, atd.

[přibližný výsledek pro stopy tečné roviny: $\tau(150, ?, 100)$, dále y-ová souřadnice půdorysné stopy vychází příliš daleko, ale půdorysná stopa prochází např. stopníkem P^h hlavní přímky, přibližně $P^h[93, 85, 37]$]

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.

Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Typeset by LaTeX

Test č. 9

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, letní semestr

Zborcené plochy

Při vypracování úloh se využijí následující poučky:

a) u plochy jednodílného hyperboloidu a hyperbolického paraboloidu je každá přímka jednoho systému přímek protínána všemi přímkami druhého systému přímek;

b) v každém bodě těchto ploch se kříží dvě různoběžné tvořící přímky plochy (jsou z opačných systémů přímek) a tyto různoběžky určují tečnou rovinu plochy s dotykovým bodem v jejich průsečíku;

c) při pohybu dotykového bodu tečné roviny po jedné z tvořících přímek se postupně tečná rovina okolo takové přímky otáčí (Chaslesův korespondenční princip, viz Š. Holáň, DG III. díl, str. 37. a J. Vala, DG II. díl, str 99).

(1) Vypište zde všechny 3 možnosti, jakými útvary (kolika přímkami, rovinami) může být zadána zborcená plocha *hyperbolického paraboloidu.*

a)

b)

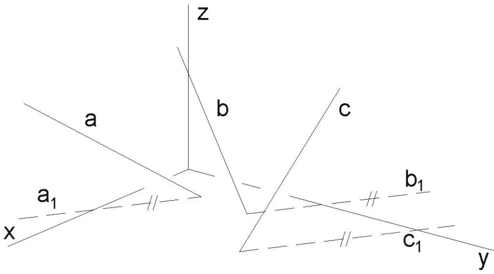
c)

(2) Jakou vzájemnou polohu mají mezi sebou tvořící přímky jednoho systému na *jednodílném hyperboloidu.* Kolika tvořícími přímkami je tato plocha určena?

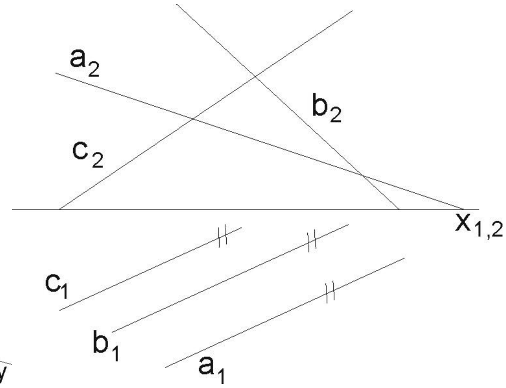
(3) Co je to Chaslesův korespondenční princip, vypište slovy:

(4) Jakou vzájemnou polohu zaujímají tyto tři přímky a, b, c v axonometrickém zobrazení, podle obr.4 a), c) a dále v Mongeově projekci, podle obr. b) ?

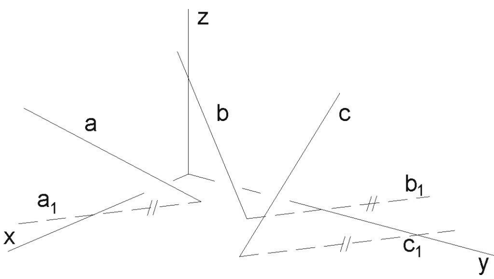
Návod: Jsou-li 3 přímky rovnoběžné (každá přímka zvláště) s jistou rovinou, (ale mezi sebou zůstávají vzájemně mimoběžné), pak určují hyperbolický paraboloid. Takovou polohu mimoběžek nazýváme „*komplanární*“.



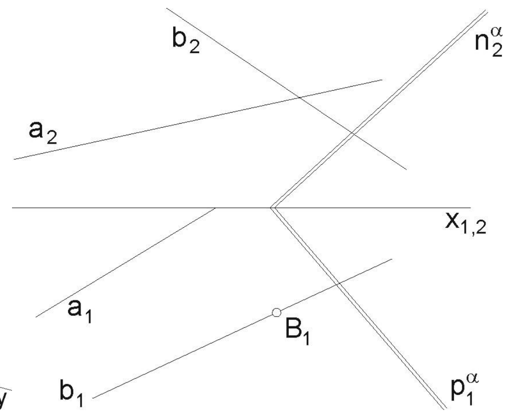
Obr. 4a



Obr. 4b



Obr. 4c



Obr. 5

(5) Zborcená plocha je určena řídicí rovinou α a mimoběžkami a, b, podle obr. 5). Připište zde název této plochy. Dále sestrojte v bodě B tečnou rovinu τ, která se dotýká plochy právě v bodě B.

Návod: tečná rovina je tvořena přímkou b a přímkou z druhého (opačného) systému, zpravidla tedy čárkovanou. Dále platí: jsou-li dány dvě mimoběžné přímky plochy a řídicí rovina, pak přímky *druhého* systému (tudíž čárkované a v obr. nezadané), musí být rovnoběžné s danou řídicí rovinou.

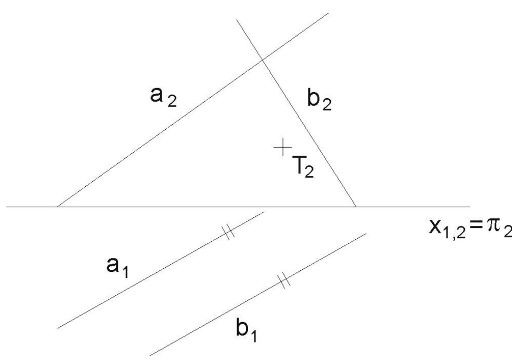
Poznámka: zadaná řídicí rovina je tam kvůli možnosti tvořit přímky druhého, čárkovaného systému. V podstatě nahrazuje třetí přímku, která je nevlastní. Všechny přímky druhého regulu musí tuto nevlastní přímku protnout. Z toho plyne, že jsou rovnoběžné s řídící rovinou. Kdyby totiž byla chybně zadána řídicí rovina, patřící k systému přímek a,b, zborcená plocha by nebyla dostatečně zadána.
Řídící rovinu, patřící k systému přímek a,b si sami kdykoli můžeme odvodit: zvolíme v prostoru pevný bod a v něm vedeme po jedné rovnoběžce s každou ze zadaných

mimoběžek a,b. Tyto nové přímky jsou mezi sebou různoběžné a určují rovinu, které říkáme „ řídicí“.

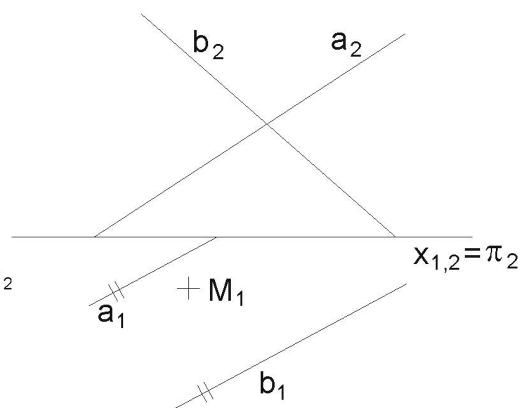
Jde tedy o to, vést bodem B přímku druhého (čárkovaného) systému, ale rovoběžně s řídicí rovinou α. Bodem B vedeme posunutou rovinu $\alpha' \parallel \alpha$ (zavedením hlavní přímky nové roviny α' některé osnovy bodem B). Po sestrojení stop nové roviny α', najdeme průsečík A druhé přímky a s rovinou α'. AB je přímka g čárkovaného systému, přímka je rovnoběžná s rovinou α. Takže nyní máme dvě různoběžky, protínající se v bodě B. Tím úkol končí. Pokud by bylo požadováno *„sestrojit v bodě B tečnou rovinu“*, byla by už tvořena těmito různoběžkami $\tau = b.g'$.

(6) Hyperbolický paraboloid je zadán průměty dvou mimoběžek a,b a řídicí rovinou π (půdorysnou), při čemž je $a_1 \parallel b_1$. Dále je dán T_2 bodu T, který leží na ploše. Odvoďte chybějící půdorys T_1 a přímky obou systémů procházejících bodem T. Podle obr. 6.

Návod: vedeme bodem T_2 přímku g' druhého systému, rovnoběžnou s řídicí rovinou π, takže g'_2 je rovnoběžná se základnicí. Odvodíme pomocí jejích průsečíků s přímkami a,b také půdorys g'_1 a na ordinále T_1. Bodem T procházejí po jedné přímce g' a c z každého systému. Přímku c_1 máme ihned: když $a_1 \parallel b_1$ je i $c_1 \parallel a_1 \parallel b_1$ (kvůli komplanaci u HP). Dále připravíme ještě nejméně jednu přímku m' - čárkovanou ($\parallel \pi$), např. ležící přímo v π (tzn., že $m'_2 = x_{12}$ a m'_1 půjde spojnici půdorysných stopníků přímek a,b). Odvodíme nárys průsečíku m' a c – P_2^c a jeho propojením s bodem T_2 získáváme nárys přímky c_2.



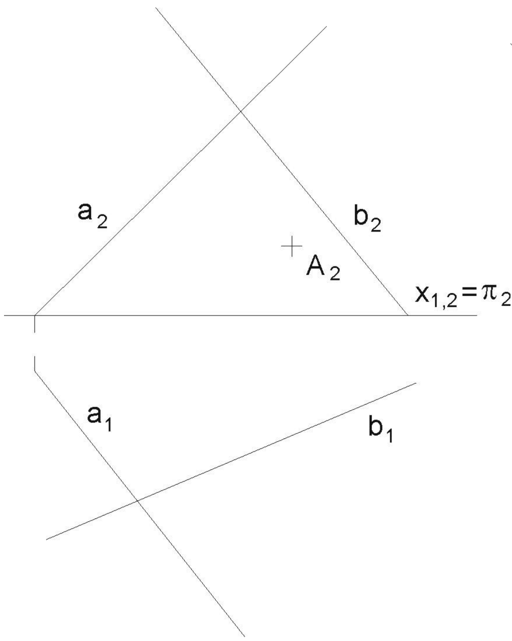
Obr. 6



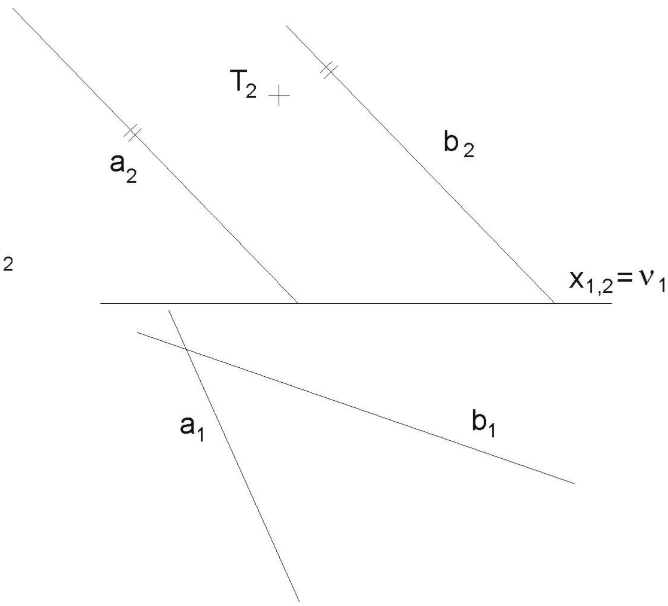
Obr. 7

(7) Hyperbolický paraboloid je určen mimoběžkami a,b a řídicí rovinou π (půdorysnou), podle obr.7. Přitom $a_1 \parallel b_1$. Odvoďte nárys bodu M_2, leží-li M na ploše, a je zadán jen svým půdorysem M_1.

Návod: postupujeme podobně jako v 6.př.: nejdříve připravíme c_1, $M_1 \in c_1 \parallel b_1$. Dále v náryse narýsujeme aspoň dvě přímky čárkované a odvodíme je do půdorysu. Vyhledáme v půdoryse dva průsečíky přímky c_1 s čárkovanými přímkami. Odvodíme tyto dva průsečíky do nárysu na čárkované přímky. Propojením těchto průsečíků v náryse získáme i přímku c_2 a na ordinále bod M_2.



Obr. 8



Obr. 9

(8) Hyperbolický paraboloid je zde, podle obr. 8, zadán obecně: mimoběžky a, b, (které už nemají rovnoběžné první průměty) a řídicí rovinou π. Najděte půdorys bodu A, ležícího na ploše, je-li dán jeho nárys, a sestrojte tečnou rovinu v tomto bodě.

Návod: zavedeme bodem A_2 čárkovanou přímku g_2' rovnoběžnou se základnicí ($\parallel \pi$) a odvodíme její půdorys včetně půdorysu bodu A_1. S přímkou $A \in c$ to bude však složitější: její půdorys nemůžeme dokonce ani odhadnout (komplanace přímek a, b, c na ploše hyperbolického paraboloidu - i když v prostoru určitě existuje - v prvním průmětu je zastřena). Pomůžeme si jistou grafickou „lstí“ (je užívána i v literatuře a bez ní to ani nejde): na ploše tedy existují nyní vodorovné čárkované přímky (díky tomu, že π je jejich řídicí rovina). Jedna z čárkovaných přímek je sice vodorovná, ale navíc také kolmá k nárysně, nazveme ji $r' \perp \nu$. Stále - i zde - platí obecná věta: *„Všechny přímky nečárkovaného systému jsou protínány zase přímkami systému čárkovaného“*.Tato přímka r' proto nutně protíná přímky a, b (protože vzhledem k nim patří do opačného systému). Protože ale $r' \perp \nu$, jeví se v náryse jen jako bod r_2'. Oba průsečíky přímek a, b s přímkou r' ačkoli jsou od sebe různé, v náryse se promítají do jediného bodu r'_2. Ten tedy musí být společným průsečíkem nárysů a_2, b_2.

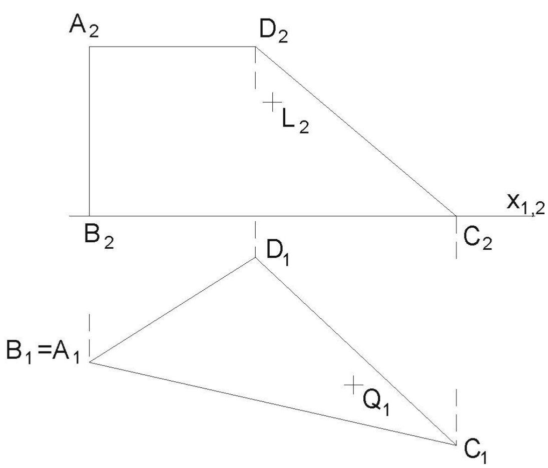
Dále platí, že i přímka c (procházející bodem A) musí protínat přímku r' a její nárys proto musí procházet také bodem r'_2, tedy $c_2 = r'_2.A_2$. Nárys přímky c již máme. Známe-li alespoň dvě čárkované přímky q', p', můžeme půdorys přímky c odvodit s jejích pomocí.

V bodě A se kříží přímky c a g'. Tyto přímky určují tečnou rovinu τ s bodem dotyku A s plochou. Najděte i stopy tečné roviny τ.

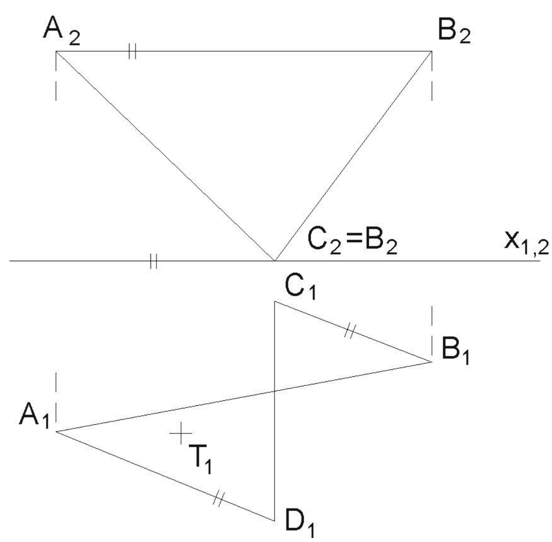
(9) V obr. 9 je zadání hyperbolického paraboloidu trochu převrácené. Řídicí rovinou je nárysna ν a nárysy přímek a, b jsou spolu rovnoběžné. Dále je dán nárys bodu T. Odvoďte jeho půdorys a stopy tečné roviny pro tento dotykový bod T. Podrobný popis už neuvádíme, student by se měl postup odvodit a aplikovat kroky podle předcházejících úloh.

(10) V obr. 10 je plocha hyperbolického paraboloidu určena zborceným čtyřúhelníkem A, B, C, D. Body L a Q leží na ploše. Odvoďte chybějící půdorys bodu L a chybějící nárys bodu Q.

Návod: vyzkoumejte polohy řídicích rovin a z toho vyplývající zákonitost pro průměty tvořících přímek obou systémů. Potom už snadno zavedete danými průměty bodů jednotlivé průměty tvořících přímek a k těmto průmětům pak přiřadíte i chybějící průměty přímek.



Obr. 10

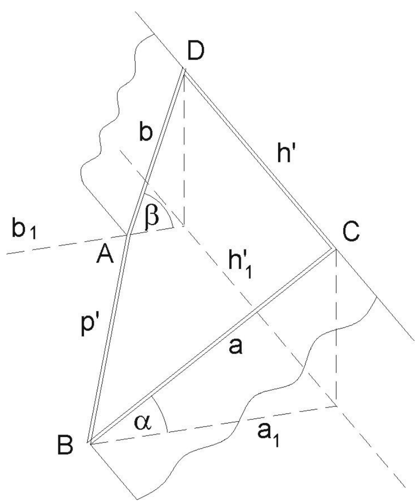


Obr. 11

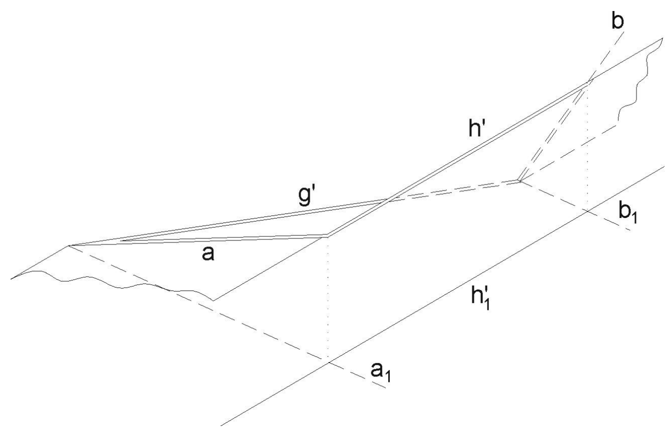
(11) V obr. 11 si důsledně všímejte, že u zborceného čtyřúhelníka jsou strany AB a CD spolu v prvním průmětu rovnoběžné! Máte odvodit chybějící průmět bodu T, ležícího na ploše. Jistě to dokážete sami.

Zde končí základní úlohy na hyperbolický paraboloid a poučky, uvedené v úvodu. Další příklady jsou již aplikace, v principu použitelné ve stavebnictví.

(12) V obr.12 je dána v axonometrii přechodová plocha *hyperbolického paraboloidu*, propojující dva profily různých sklonů a a b. Máte sestrojit 8 tvořících přímek každého systému. Podotýkáme, že další stavební uplatnění, tomuto blízké, můžeme nalézt při zastřešení, jsou-li vodorovný hřeben a okapová hrana ve vzájemně mimoběžné poloze.



Obr. 12



Obr. 13

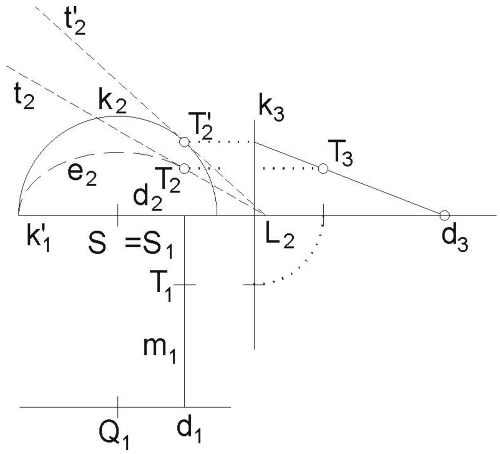
(13) Stejný úkol Vás čeká v obr. 13. Jde jen o jiný axonometrický pohled na tuto přechodovou plochu, tvořenou zborceným (prostorovým) čtyřúhelníkem, jehož strany leží na přímkách, popsaných takto: nakloněné a, b, vodorovná g' je v půdorysně a h' je vodorovná, ale horní strana. U plochy takto natočené vzhledem k pozorovateli získáme navíc i křivku axonometrického obrysu (tou bude parabola, jako obalová křivka axonometrických průmětů tvořících přímek). Váš úkol bude vybrat jednu tvořící přímku a konstruktivně najít na jejím axon. průmětu dotykový bod s obrysovou čarou (obrysový bod, bod přechodu viditelnosti).

Návod: Užijete vlastnosti, že každou tvořící přímkou plochy prochází nekonečně mnoho tečných rovin a každá má svůj dotykový bod na jiném místě takové přímky (při postupu dotykového bodu po tvořící přímce se postupně také otáčí okolo tvořící přímky i příslušná tečná rovina = Chaslesův princip).

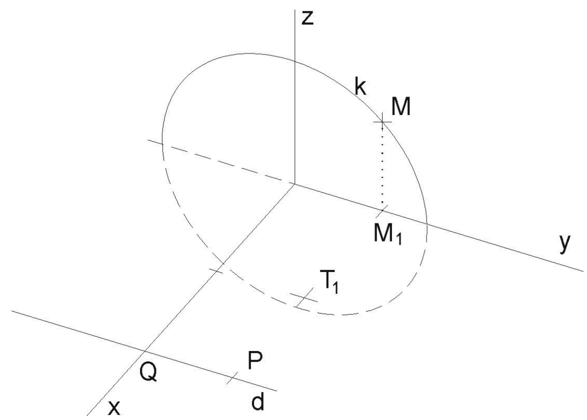
Z promítacích metod víme, že prochází-li tečná rovina právě okem pozorovatele, je vzhledem k pozorovateli v tzv. *„promítací poloze“*. Protože tečná rovina prochází přímkou, bude dotykový bod tečné roviny ležet na tvořící přímce. Dotykový bod se bude jevit jako bod přechodu a změny viditelnosti. Bude se jevit jako obrysový bod, ve kterém průmět tvořící přímky se dotýká obrysové čáry a proto mění svou viditelnost a průmět pak pokračuje jako neviditelný.
Jak to prakticky provedeme? Označme v obr. přímky skloněné k půdorysně jako nečárkované a vodorovné budou naopak čárkované a hned dvě z nich, tj. strany čtyřúhelníka označme dolní g' a horní h'. Vyberme potom některou tvořící, např. čárkovanou, vodorovnou přímku m', ležící mezi přímkami g' a h'.
Pro vyhledání bodu přechodu viditelnosti na přímce m' musíme uvážit, že přímka m' je také průmětem tečné roviny (v promítací poloze, procházející okem pozorovatele) a tedy současně i průmětem další přímky c z opačného systému - nečárkované a nakloněné, právě také ležící v této tečné rovině. Nyní se zaměříme na tuto nečárkovanou přímku c. Představíme si, že c protíná např. vodorovné přímky g' v bodě P a přímku h' v bodě H. Máme nyní dvě různoběžky c a m', vzájemně se (vzhledem k pozorovateli) zakrývající. Doplníme ještě půdorysy přímek c a m'. Přímka c_1 je dána body $P = P_1$ a H_1 (pomocí průsečíků P přímky c na straně g' a pomoci průsečíku H přímky c na straně h') a m'_1 pomocí průsečíků přímky m' se stranou b a se stranou a, takže u všech těchto průsečíků odvodíme ordinálami jejich půdorysy. Propojením P s půdorysem H_1 obdržíme půdorys c_1 a u něj dbejme, aby byl rovnoběžný s $a_1 \parallel b_1$. Pro kontrolu přesnosti je užitečné si uvědomit, že půdorys přímky m'_1 musí směřovat do průsečíku půdorysů přímek p'_1 a h'_1, jde o obdobu z úlohy 8. Půdorysy přímek m' a c se kříží v půdoryse dotykového bodu T. Ordinálou odvodíme nahoru na přímku $m' = c$, tedy na společný axonometrický průmět přímek m' a c definitivně i bod T. Toto je obrysový bod.

(14) Podle obr. 14b je zadán v kolmé axonometrii (axon. trojúhelník volte sami) *kruhový konoid* a je ještě připojen informační obrázek v Mongeově projekci (také viz J.Vala, DG II., str.97. a Š.Holáň, DG III., str.43). Řídící kružnice k leží v souřadnicové rovině $y.z$, má střed S v počátku a poloměr $r = 30$, řídící přímka d prochází bodem $Q[50, 0, 0]$ a je rovnoběžná s osou y, řídící rovinou konoidu je nárysna $x.z$. Je dán ještě půdorys $T_1[25, 20, ?]$ bodu T, ležícího na ploše.

a) Odvoďte bod T (užitím tvořící přímky m plochy).
b) Sestrojte řez e rovinou $\alpha \in T$, $\alpha \parallel y.z$. V bodě T sestrojte konstruktivně tečnu křivky e řezu.
c) Dále sestrojte řez vertikální rovinou λ, volenou bodem T, ale různoběžnou se souřadnicovými rovinami.
d) Sestrojte tečnu v obecném bodě řezu rovinou λ.



Obr. 14a

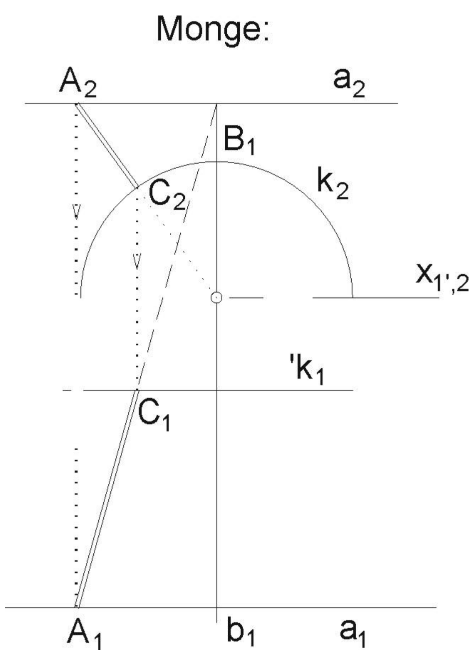


Obr. 14b

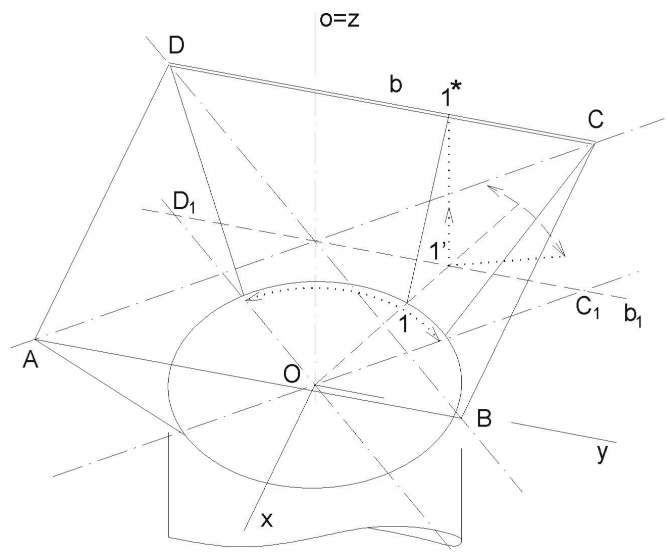
Návod:
ad a) tvořící přímka m konoidu bude rovnoběžná s řídící rovinou $x.z$. Proto její půdorys m_1 bude procházet daným půdorysem T_1, rovnoběžně s osou x. Průsečík m_1 s půdorysem k_1 (na ose y) kružnice k označme M_1. Ordinálou odvodíme na kružnici nahoru bod M. Půdorys m_1 také protíná i řídící přímku d v bodě P (d a P leží v půdorysně). Propojením $m = PM$ získáme tvořící přímku m. Ordinálou z půdorysu T_1 odvodíme na přímku m bod T.
ad b) pro křivku e řezu v rovině, rovnoběžné s bokorysnou $y.z$ platí, že 3.průmět křivky e_3 bude afinně sdružený s kružnicí $k = k_3$ a osou afinity bude osa y. Bod T_3 bude afinní k jistému bodu $T'_3 = M$ na kružnici (a na vertikále). V prostoru by šlo o kolmou afinitu. Připravíme-li např. nejdříve tečnu t' kružnice v bodě T'_3 a vyhledáme-li také průsečík L této tečny t' na ose afinity y, pak zpětně spojnice LT_3 je již afinní bokorys t_3 (tečny t elipsy). Samotná tečna t je v prostoru s bokorysnou rovnoběžná, protože leží ve svislé rovině $\alpha \parallel y.z$, $t \parallel t_3$. Tečnu t rýsujeme tedy jako rovnoběžku s průmětem t_3 bodem T. Dbejme však aby stopník P^t se promítal v 3.průmětu do bodu L ($P^tL \parallel x$). Spojnice obou stopníků je už stopa tečné roviny τ, $p^\tau = P^mP^t$.
ad c) křivku g řezu sestrojujeme postupně bodově, každý její bod jako průsečík jednotlivé tvořící přímky s rovinou řezu λ. Je to snadné, protože rovina λ je svislá. Označme na libovolné tvořící přímce q bod řezu Q (kdybychom použili přímku m, pak by bod Q se stal bodem T, takže pro přehlednost vybereme přímku q raději jinou). Tečna k řezu rovinou λ v bodě Q je průsečnicí roviny λ a tečné roviny plochy v bodě Q.
Metodou jako pro bod T můžeme v bodě Q sestrojit tečnou rovinu τ^Q (Hledání tečné roviny τ^Q je zdlouhavé a opakuje se vše v bodě Q jako pro bod T: tj. bodem Q zavedeme rovinu $\beta \parallel y.z$. Připojíme třetí průmět Q_3, uplatníme afinitu na kružnici k, najdeme afinní bod Q' , dale afinní vztah mezi tečnami v bodě Q' a v bodě Q_3.

Konečně doplníme o tečnu w v bodě Q (rovnoběžnou s $y.z$). Stopník P^w této tečny a stopník P^q tvořicí přímky q určují stopu p^σ tečné roviny σ s dotykovým bodem Q. Průsečík půdorysné stopy p^σ se stopou p^λ je už stopník P^c tečny c čáry řezu roviny λ. Spojnice půdorysného stopníku P^c a bodu Q je tečna c křivky řezu.

(15) Sestrojte v kolmé axonometrii, obr. 15, plochu násypky, tvořenou 4 díly (z nichž vždy dva a dva jsou symetrické) zborcené plochy *Montpellierského oblouku.* Každý takový díl je samostatně tvořen částí řídicí kružnice v půdorysně o středu v počátku, dále společnou řídicí přímkou $o = z$ a vodorovnou řídící přímkou např. b (na ni leží strana vodorovného obdélníka). Jedná se tedy o přechodovou (ale nerozvinutelnou, zborcenou) plochu, propojující vodorovný obdélník či čtverec (vodorovná dvířka) s kružnicí (tj. ukončující svislé násypné potrubí). Máme tedy 4 Montpellierské oblouky, vzájemně na sebe navazující. Omezení a navázání na sebe u jednotlivých Montpellierských oblouků je ve svislých rovinách, procházejících úhlopříčkami AC, BD vodorovného obdélníka. Vaším úkolem je vyrýsovat tvořící přímky zborcené plochy ve všech 4 dílech. Přitom v každém dílu vyrýsujte nejméně 5 přímek, včetně krajních.



Obr. 15a



Obr. 15b

Návod: Protože všechny tvořící přímky musí protínat i řídící přímku $o = z$ a ta je (v našem příkladu) kolmá k půdorysně, budou všechny půdorysy tvořících přímek procházet půdorysem přímky o, tedy počátkem. Budou proto prostými protahovanými průměry kružnice. Poznačíme si u nich očíslováním 1, 2, 3, … průsečíky s kružnicí. V průsečících (obdobně očíslovaných $1'$, $2'$, $3'$, …) , kde tyto půdorysy tvořících přímek protínají půdorys b_1 strany b obdélníka, povedeme vertikálně ordinály na stranu b obdélníka. Tyto nové průsečíky očíslujeme 1^*, 2^*, 3^*, … Získáme tak systém čísel např.: $1 + 1' + 1^*$. Postupně propojujeme jednotlivě body 1 a 1^*, atd. a tak obdržíme tvořící přímku plochy. Neviditelné úseky čárkujeme.

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „dodělat“ znamená dorýsovat daný příklad.

Mgr. Jan J. Šafařík
Mgr. Pavel Hon
Petr Koplík
Typeset by LaTeX