# Test č. 2

## Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, zimní semestr 2001/2002

## Mongeovo promítání na dvě k sobě kolmé průmětny

Rýsujte tužkou na formát A4, kladívkový papír není nutný. Vždy vypište text příkladu a své jméno v horní části, druh studia v dolní části. Konstrukci doplňte stručným slovním popisem postupu.

Vyřešte následující základní úlohy. Budou od Vás znovu požadovány jako součást zkoušky a jejich úspěšné absolvování je součástí zápočtu.

(1) (a) Určete stopy roviny $\rho$, určené dvěma různoběžkami $a \equiv AC$, $b \equiv AB$, $A[0, 22, 18]$, $B[8, 0, 29]$, $C[18, 10, 0]$.

(b) Bodem $M$ veďte rovinu $\alpha$, rovnoběžnou s rovinou $\rho$! $M[0, 33, 18]$, $\rho(-50, 22, 38)$.

(c) Určete průsečík $Q$ přímky $q$ s rovinou $\rho$! $q \equiv QP$, $Q[-60, 20, 28]$, $P[0, 5, 0]$, $\rho(-24, -56, 19)$.

(d) Je dána rovina $\rho$, přímka $m$ s rovinou $\rho$ různoběžná a bod $R$, který neleží ani v rovině $\rho$, ani na přímce $m$. Sestrojte takovou přímku $b$, aby procházela bodem $R$, dále aby byla ještě rovnoběžná s danou rovinou $\rho$ a ještě aby také proťala danou přímku $m$! $R[10, 14, 27]$, $\rho(-44, 16, 28)$, $m = MN$, $M[-40, 19, 34]$, $N[14, 0, 7]$.

(e) Určete stopy roviny $\rho$, je-li tato rovina dána bodem $A$ a přímkou $b$! $A[20, 16, 27]$, $b \equiv PB$, $P[12, 9, 0]$, $B[50, -8, 30]$.

(f) Určete průsečík $Q$ přímky $m$ s rovinou $\alpha$! $m \equiv MR$, $M[-3, 0, 25)$, $R(-60, 22, 11)$, $\alpha(-26, 14, -50)$.

(g) Určete průsečík $Q$ přímky $m \equiv KR$, $K[-50, 14, 35]$, $R[0, 27, 8]$, s rovinou dvou rovnoběžek $a \parallel b$, $a \equiv PA$, $P[-50, 39, 0]$, $A[0, 14, 62]$, $b \ni B$, $B[-20, 12, 0]$.

(2) Sestrojte (i s vyznačením viditelnosti) zásek dvou trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle MKL$! $A[-38, 12, 47]$, $B[9, 52, 13]$, $C[31, 18, 34]$, $M[0, 53, 61]$, $K[-27, 25, 21]$, $L[35, 6, 0]$.

(3) (a) Určete vzdálenost $d$ bodu $M$ od dané roviny $\alpha$! $M[-50, 50, 40]$, $\alpha(-60, 35, 55)$.
(b) V dané rovině $\rho$ leží body $A$, $B$. Sestrojte rovnostranný trojúhelník, jestliže i jeho třetí vrchol $C$ bude ležet v dané rovině!
$\rho(50, 60, 30)$, $A[10, ?, 15]$, $B[-10, 60, ?]$.
*Poznámka: bod, ležící v rovině nesmí být zadáván najednou oběma průměty, chybějící průmět se naopak musí odvodit, aby opravdu takový bod ležel v dané rovině (tj. problém hlavních přímek takové roviny)!*
(c) Je dána úsečka s koncovými body $A[-27, 42, 24]$, $B[0, 17, 13]$ a mimoběžná přímka $m \equiv PN$, $P[41, 100, 0]$, $N[-23, 0, 58]$. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník $\triangle ABC$, aby jeho třetí vrchol ležel právě na přímce $m$!

(4) Sestrojte řez roviny $\rho$ s kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu $S[-46, 33, 0]$, horní podstava (v rovině rovnoběžné s půdorysnou) má střed ${}^1S[47, 77, 80]$, $r = 21$. Rovina $\rho(23, -8, 5)$.
*Pokyny: Užijte osové afinity. Najděte $S = S^1S \cap \rho$ a poté dvojici vzájemně kolmých průměrů v kruhové podstavě. Vyznačte některou afinní dvojici sdružených průměrů. Vyhledejte obrysové body $U$, $V$ vzhledem ke 2. průmětu a obrysové body $K$, $R$ vzhledem k 1. průmětu.*

(5) Zobrazte rotační kužel, jsou-li dány body $A$, $B$, $C$ kružnice podstavy a je-li výška kužele $v = 80$. $A[-10, 75, 0]$, $B[33, 40, 20]$, $C[0, 95, 63)$,
*Pokyny: Sestrojte rovinu $\alpha \equiv ABC$ (pomocí stopníků). Všechny 3 body otočte do půdorysny okolo půdorysné stopy roviny $\alpha$ (užívejte přitom afinity). Trojúhelníku, jehož vrcholy jsou otočené body A, B, C opište kružnici. Tuto kružnici zpětně (afinitou) odvoďte do 1. průmětu (dostanete elipsu). Hlavní osa elipsy v 2. průmětu je stejně dlouhá a rovnoběžná s nárysnou stopou roviny $\alpha$. Vedlejší osu odvoďte proužkovou konstrukcí.*

(6) Sestrojte průsečíky přímky $b$ s kosým kruhovým válcem: $b \equiv RQ$, $R[-84, 66, 0]$, $Q[-40, 38, 60]$. Střed $O[0, 60, 0]$, $r = 35$ kruhové základny v půdorysně. Směr povrchových přímek $o \equiv OL$, $L[-50, 33, 52]$.
*Pokyny: Přímkou $b$ proložíte rovinu $\varphi \parallel$ s površkami válce. Po volbě libovolného bodu $H \in b$ zavedete $H \in o' \parallel o$ (bodem $H$ rovnoběžku $o'$ s přímkou $o$). Vyhledáte půdorysnou stopu této roviny $\varphi = bo'$. Rovina $\varphi$ protne válec ve dvou rovnoběžných površkách $e$, $f$. Jejich půdorysné stopníky jsou průsečíky kruhové základny s půdorysnou stopou roviny $\varphi$. Průsečíky těchto površek $e$, $f$ s přímkou $b$ jsou hledané průsečíky $X$, $Y$ přímky $b$ s válcem. Vyznačte viditelnost přímky $b$ a průsečíků $X$ a $Y$.*

(7) Průsečíky přímky $b$ s kulovou plochou: $b \equiv PQ$, $P[-20, 18, 0]$, $Q[30, 50, 75]$, střed kulové plochy $S[0, 60, 50]$, poloměr $r = 40$.
*Pokyny: přímkou $b_1$ proložte rovinu $\lambda$, kolmou k půdorysně (druhá alternativa je: kolmou k nárysně - konejte jen jednu alternativu). Rovina $\lambda$ řeže kouli v kružnici $m$. Vyznačte průměr kružnice $m_1$ (je to úsečka). Najděte střed $M_1$ na $m_1$. Sklopte*

*přímku* $b_1$ *do* $(b)$ *a kružnici* $m_1$ *do* $(m)$ *- nejdříve však* $(M)$*. Vyhledejte průsečíky* $(X)$ *a* $(Y)$ *kružnice* $(m)$ *a přímky* $(b)$*. Promítacími přímkami odvoďte* $X_1$ *a* $Y_1$*, později* $X_2$ *a* $Y_2$*.*
*Vyzkoumejte viditelnost průsečíků* $X$ *a* $Y$ *vzhledem k oběma průmětnám. Vzhledem k 1. průmětu viditelnost rozhodne rovník kulové plochy a poloha bodů* $X$ *a* $Y$ *vzhledem k rovníku (posoudíme v druhém průmětu nebo ve sklopeném obraze). Poloha hlavní kružnice na kulové ploše, ležící v rovině rovnoběžné s nárysnou rozhodne o viditelnosti průsečíků* $X$ *a* $Y$ *vzhledem ke 2. průmětu. Je-li průsečík* $X$ *nebo* $Y$ *k pozorovateli blíže než je střed kulové plochy, je viditelný.*

(8) Řez kulové plochy rovinou $\rho$. Kulová plocha má střed $S[0, 52, 50]$, $r = 43$. Rovina $\rho(62, 57, 70)$.
*Pokyny: Zavedeme třetí průmětnu* $\mu$ *buď kolmou k* $\pi$ *nebo k* $\nu$ *středem kulové plochy či poněkud odsunutou. Tedy např. kolmou k* $\pi$*: potom poloha třetí průmětny (promítá se do přímky* $\mu_1$*) je kolmá k půdorysné stopě* $p_1^\rho$*. Sestrojíme třetí průmět* $\rho_3$ *roviny řezu (bude jím přímka) a třetí průmět kulové plochy (tady začneme od středu* $S_3$*). Třetí průmět středu* $M_3$ *kružnice řezu je patou kolmice* $k_3$ *, vedenou kolmo na rovinu řezu* $\rho_3$*. Protože kružnice řezu se promítá (v 3. průmětu) do úsečky, ihned zjistíme průměr této kružnice. Odvodíme do 1. průmětu* $M_1$*. Dále použijeme znalostí o průmětu kružnice v nakloněné rovině* $\rho$ *(je-li dána středem* $M$ *a velikostí poloměru). Viditelnost vůči 1. průmětu pomůže rozhodnout hlavní přímka* ${}^{I}h^\rho$ *první osnovy roviny řezu* $\rho$*. Obdobně viditelnost vůči nárysně hlavním přímka* ${}^{II}h^\rho$ *druhé osnovy.*

(9) Sestrojení krychle z daných podmínek. Stěna krychle leží v rovině $\alpha(-60, 70, 50)$ a je dána vrcholem $B[70, 30, ?]$. Dále je řečeno, že hrana krychle má ležet na přímce $b$, procházející bodem $B$. Přitom odchylka přímky $b$ od půdorysny je $\varphi = 30°$. Délka hrany krychle $d = 40$.
*Pokyny: odvodíme* $B_2$ *(hlavní přímkou). Sestrojíme rotační kužel o vrcholu* $B$*, podstavě v půdorysně a odchylce povrchových přímek* $\varphi = 30°$ *od půdorysny. Kruhovou základnu kužele protneme s půdorysnou stopou roviny ve stopníku* $P^b$ *přímky* $b$*. Spojením stopníku s bodem* $B$ *získáme přímku* $b$*. (Ta nyní splňuje už podmínku, že - díky kuželu - svírá odchylku* $\varphi$ *s půdorysnou a přitom leží v rovině* $\alpha$*, takže může nést hranu krychle). Nyní otočíme do půdorysny nejdříve bod* $B$ *a potom i přímku* $b$*. V otočení sestrojíme čtverec o straně* $d = 40$*, jehož jeden vrchol je otočený bod* $(B)$ *a strana leží na otočené přímce* $(p)$*. Osovou afinitou (*$p_1^\alpha$ *je osou afinity,* $B_1$ *a otočený bod* $(B)$ *je dvojicí afinních bodů) odvodíme první průmět čtverce. Jeho nárys hlavními přímkami. Vybereme vhodné místo a sestrojíme spádovou přímku první osnovy (kolmou na půdorysnou stopu* $p_1^\alpha$*), sklopenou do půdorysny. Kolmo na ni odvodíme sklopenou kolmici* $(k)$*. Na kolmici někde vyznačíme úsek* $d = 40$ *a odvodíme délku prvního průmětu (třetího rozměru krychle). Tuto délku rozneseme kružítkem na všechny hrany (které jsou spolu rovnoběžné a současně kolmé k rovině*

*$\alpha$). Samostatně sklopíme spádovou přímku druhé osnovy do nárysny a i na ni odvodíme sklopenou kolmici ($k$). Zase vyznačíme délku třetího rozměru hrany pro nárys.*

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vrácené opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „*znovu*“ znamená je přerýsovat. Látka příkladů 1 až 3 je vybrána jako ukázka. Bez znalosti takových základních úloh nemůžete obdržet ani zápočet. K zápočtu je třeba mít odevzdané opravené příklady a předvést (pod dohledem učitele) znalost „*základních úloh*“ z každé projekce.

Typeset by $\mathcal{ZOBI}$–TEX
Mgr. Jan J. Šafařík