Test č. 2

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST, letní semestr

Mongeovo promítání na dvě k sobě kolmé průmětny

(1) (a) Sestrojte stopy roviny α, znáte-li její spádovou přímku první osnovy $s \equiv PN$. $P[-40; 55; 0]$, $N[45; 0; 80]$.
(b) Určete stopy roviny ρ, zadané dvěma různoběžkami $a \equiv AB$, $b \equiv AC$. $A[-40; 0; 0]$, $B[0; 50; 30]$, $C[0; 20; 50]$.
(c) Přímkou $a \equiv AB$ proložte rovinu ρ rovnoběžnou s osou x. $A[-50; 20; 50]$, $B[50; 50; 30]$.
(d) Sestrojte stopy roviny ρ. Rovina je určena bodem A a přímkou $m \equiv MN$. $A[40; 10; 30]$, $M[10; 60; 50]$, $N[-60; 30; 10]$.
(e) Najděte průsečík přímky $p \equiv AB$ s rovinou ρ. $A[-70; 80; 80]$, $B[20; 0; 10]$, $\rho(-70; 60; 50)$.
(f) Určete průsečík Q přímky $m \equiv KR$, $K[-50; 14; 35]$, $R[0; 27; 8]$, s rovinou dvou rovnoběžek $a \parallel b$, $a \equiv PA$, $P[-50; 39; 0]$, $A[0; 14; 62]$, $b \ni B$, $B[-20; 12; 0]$.
(g) Bodem M veďte rovinu α, rovnoběžnou s rovinou ρ. $M[50; 30; 50]$, $\rho(-40; 70; 50)$.
(h) Je dána rovina ρ, přímka $m \equiv MN$ s rovinou ρ různoběžná a bod R, který neleží ani v rovině ρ, ani na přímce m. Sestrojte přímku p tak, aby procházela bodem R, protínala přímku m a byla s rovinou ρ rovnoběžná. $\rho(-44; 16; 28)$, $R[10; 14; 27]$, $M[-40; 19; 34]$, $N[14; 0; 7]$.

(2) (a) Určete vzdálenost d bodu M od roviny α. $M[-30; 40; 50]$, $\alpha(-60; 50; 40)$.
(b) Určete vzdálenost d bodu C od přímky $p \equiv AB$. $A[-40; 20; 30]$, $B[40; -20; 0]$, $C[0; -50; 40]$.

(3) Sestrojte (i s vyznačením viditelnosti) zásek dvou trojúhelníků $\triangle ABC$ a $\triangle MNP$. $A[-30; 40; 0]$, $B[0; 0; 50]$, $C[40; 60; 40]$, $M[-30; 55; 30]$, $N[-20; 10; 75]$, $P[30; 30; 0]$.

(4) Sestrojte krychli, je–li dán její vrchol $A[10; 30; 15]$ a přímka $p \equiv KL$ ($K[40; 45; 10]$, $L[10; 55; 35]$), na níž leží její hrana, která je s bodem A v téže stěně. Zobrazte to řešení, pro nějž A je nejnižším vrcholem krychle vzhledem k půdorysně π.

(5) Zobrazte průměty rotačního kužele, jehož podstava leží v rovině $\rho(-80; 70; 60)$, její střed je $S[0; 35; ?]$ a dotýká se půdorysny. Výška kužele $v = 60$.

Poznámka: bod, ležící v rovině nesmí být zadáván najednou oběma průměty, chybějící průmět se naopak musí odvodit, aby opravdu takový bod ležel v dané rovině (pomocí hlavních přímek).

(6) Sestrojte řez roviny $\rho(80; 80; 60)$ kosým kruhovým válcem. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[-30; 40; 0]$, poloměr kružnice $r = 35$, střed horní podstavy ${}^1S[30; 90; 70]$.

Pokyny: Užijte osové afinity. Najděte $S' = S^1S \cap \rho$ *a poté dvojici vzájemně kolmých průměrů v kruhové podstavě. Vyznačte některou afinní dvojici sdružených průměrů. Vyhledejte obrysové body* U, V *přechodu viditelnosti řezu vzhledem ke 2. průmětu a obrysové body* K, R *přechodu viditelnosti řezu vzhledem k 1. průmětu.*

NP Sestrojte řez rovinou $\rho(\infty; 70; 50)$ kosým šestibokým hranolem s pravidelnou podstavou v půdorysně π určenou středem $S[0; 35; 0]$ a vrcholem $A[27; 26; 0]$, jehož vrchol druhé podstavy je ${}^1A[-10; 60; 60]$. Určete skutečnou velikost řezu.

(7) Sestrojte řez pravidelného pětibokého jehlanu $ABCDEV$ s podstavou v půdorysně rovinou $\rho(40; 50; 25)$. Je dán vrchol podstavy $A[-40; 73; 0]$ a vrchol jehlanu $V[-25; 40; 65]$.

NP Sestrojte průsečíky přímky $b \equiv RQ$ s kosým kruhovým válcem a určete jejich skutečnou vzdálenost. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $O[-10; 40; 0]$, střed horní podstavy $L[50; 40; 70]$, poloměr kružnice podstavy $r = 35$; $R[50; 10; 0]$, $Q[-10; 90; 80]$.

Pokyny: Přímkou b *proložíte rovinu* φ *rovnoběžnou s površkami válce. Po volbě libovolného bodu* $H \in b$ *zavedete* $H \in o' \parallel o$ *(bodem* H *rovnoběžku* o' *s přímkou* $o \equiv OL$*). Vyhledáte půdorysnou stopu této roviny* $\varphi(b, o')$*. Rovina* φ *protne válec ve dvou rovnoběžných površkách* e, f*. Jejich půdorysné stopníky jsou průsečíky kruhové základny s půdorysnou stopou roviny* φ*. Průsečíky těchto površek* e, f *s přímkou* b *jsou hledané průsečíky* X, Y *přímky* b *s válcem. Vyznačte viditelnost přímky* b *a průsečíků* X *a* Y*.*

NP Určete průsečíky přímky $b \equiv PQ$ s kulovou plochou o středu S a poloměru r. $S[-15; 40; 40]$, $r = 37$, $P[-15; 90; 100]$, $Q[15; 10; 0]$.

Pokyny: přímkou b_1 *proložte rovinu* λ*, kolmou k půdorysně (nebo k nárysně). Rovina* λ *řeže kouli v kružnici* m*. Vyznačte průměr kružnice* m_1 *(je to úsečka). Najděte střed* M_1 *na* m_1*. Sklopte přímku* b_1 *do* (b) *a kružnici* m_1 *do* (m) *- nejdříve však* (M)*. Vyhledejte průsečíky* (X) *a* (Y) *kružnice* (m) *a přímky* (b)*. Promítacími přímkami odvoďte* X_1 *a* Y_1*, později* X_2 *a* Y_2*.*
Určete viditelnost průsečíků X *a* Y *vzhledem k oběma průmětnám. Vzhledem k 1.*

průmětu viditelnost rozhodne rovník kulové plochy a poloha bodů X a Y vzhledem k rovníku (posoudíme v druhém průmětu nebo ve sklopeném obraze). Poloha hlavní kružnice na kulové ploše, ležící v rovině rovnoběžné s nárysnou rozhodne o viditelnosti průsečíků X a Y vzhledem ke 2. průmětu. Je-li průsečík X nebo Y k pozorovateli blíže než je střed kulové plochy, je viditelný.

(8) Sestrojte řez kulové plochy, zadané středem S a poloměrem r, rovinou ρ. Určete přesně body přechodu viditelnosti a viditelnost. $S[0; 45; 50]$, $r = 40$, $\rho(10; 10; -5)$.

Pokyny: Zavedeme třetí průmětnu μ buď kolmou k π (nebo k ν) středem kulové plochy či poněkud odsunutou. Tedy např. kolmou k π: potom poloha třetí průmětny (promítá se do přímky μ_1) je kolmá k půdorysné stopě p_1^ρ. Sestrojíme třetí průmět ρ_3 roviny řezu (bude jím přímka) a třetí průmět kulové plochy (tady začneme od středu S_3). Třetí průmět středu M_3 kružnice řezu je patou kolmice k_3 , vedenou kolmo na rovinu řezu ρ_3. Protože kružnice řezu se promítá (v 3. průmětu) do úsečky, ihned zjistíme průměr této kružnice. Odvodíme do 1. průmětu M_1. Dále použijeme znalostí o průmětu kružnice v nakloněné rovině ρ (je-li dána středem M a velikostí poloměru). Viditelnost vůči 1. průmětu pomůže rozhodnout hlavní přímka ${}^{I}h^\rho$ první osnovy roviny řezu ρ, vedená středem S. Obdobně viditelnost vůči nárysně hlavním přímka ${}^{II}h^\rho$ druhé osnovy.

(9) Kosý kruhový válec protněte *normální* rovinou (tj. rovinou kolmou k površkám válce), jdoucí bodem R. Kosý kruhový válec má podstavu v půdorysně o středu podstavy $S[20; 40; 0]$, střed horní podstavy ${}^{1}S[-20; 40; 90]$, poloměr kružnice $r = 30$, $R[-50; 0; 0]$. Určete skutečnou velikost řezu.

Odevzdávejte poštou a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštou přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „doplnit“ znamená dorýsovat daný příklad.

Mgr. Jan J. Šafařík
RNDr. Jana Slaběňáková
Typeset by LaTeX