

Test č. 1

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST,
letní semestr 2008-2009

Kuželosečky, afinita a kolineace

- (1) (a) Je dána elipsa $\mathcal{E}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| < 2a$. Sestrojte několik bodů elipsy, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruuje kružnice z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k elipse \mathcal{E} , určete body dotyku.
- (c) Je dána elipsa $\mathcal{E}(A, B, e)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k elipse \mathcal{E} , určete body dotyku.
- (2) (a) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, a)$, $|F_1F_2| > 2a$. Sestrojte několik bodů hyperboly, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruuje kružnice z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(F_1, F_2, A)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k hyperbole \mathcal{H} , určete body dotyku.
- (c) Je dána hyperbola $\mathcal{H}(A, B, e)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k hyperbole \mathcal{H} , určete body dotyku.
- Poznámka: Úloha nemá řešení pro směr s , pokud s' , kde $s' \parallel s$, $S \in s$, neleží v úhlu asymptot obsahující vedlejší osu hyperboly \mathcal{H} .*
- (3) (a) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$. Sestrojte několik bodů paraboly, hyperoskulační kružnici, tečnu v libovolném bodě $T \in \mathcal{E}$, zkonstruuje přímky z vět V_P, V_Q .
- (b) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a bod R . Sestrojte tečny z bodu R k parabole \mathcal{P} , určete body dotyku.
- (c) Je dána parabola $\mathcal{P}(F, d)$ a směr s . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem s k parabole \mathcal{P} , určete body dotyku.

- (4) K pravidelnému pětiúhelníku $ABCDE$ najděte afinní $A'B'C'D'E'$. Afinita je stanovena osou o a dvojicí bodů A, A' .
- (5) Ve středové kolineaci (určené středem S , osou o , dvojicí bodů A, A') najděte k pravidelnému šestiúhelníku $ABCDEF$ kolineární.
- (6) Ve středové kolineaci ($S, o, u \rightarrow \infty u'$) sestrojte odpovídající přímky k přímkám a, b, c . (Poloha přímky a vůči ose o je různoběžná, b je s osou rovnoběžná, c je k ose kolmá), kde u je úběžnice, k níž koresponduje nevlastní přímka $\infty u'$ roviny.
- (7) Elipsa je určena sdruženými průměry KL, MN . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny z vnějšího bodu R .
- (8) Elipsa je určena sdruženými průměry KL, MN . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny tak, aby byly rovnoběžné s daným směrem s .

Elipse e určené sdruženými průměry KL, MN přiřadíme afinně kružnici e' (např. nad průměrem KL , tedy $K \equiv K', L \equiv L'; M \rightarrow M'$). Osa afinity $o \equiv KL$ a dvojice odpovídajících bodů M, M' určují afinitu.

- (9) Elipsa je dána sdruženými průměry. Vyrýsujte elipsu (*Rytzova konstrukce os elipsy*).

I. Elipsa: Elipsa \mathcal{E} je množina všech bodů v \mathbb{E}_2 , které mají od dvou pevných (různých) bodů v \mathbb{E}_2 , zvaných ohniska (značíme F_1, F_2) stálý součet vzdáleností rovný $2a$, který je větší než vzdálenost obou ohnisek.

Věta_T: V každém bodě \mathcal{E} existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohnisek elipsy \mathcal{E} na její tečny je *vrcholová kružnice* $k(S, a)$.

Věta_Q: Množina bodů Q souměrně sdružených s jedním ohniskem elipsy \mathcal{E} (například F_1) podle jejich tečen je *řídící kružnice* se středem v druhém ohnisku (F_2) a poloměrem $r = 2a$. Přitom platí $T \in QF_2$.

II. Hyperbola: Hyperbola \mathcal{H} je množina všech bodů v \mathbb{E}_2 , které mají od dvou pevných (různých) bodů v \mathbb{E}_2 , zvaných ohniska (značíme F_1, F_2) stálý rozdíl vzdáleností rovný $2a$, který je menší než vzdálenost obou ohnisek.

Věta_T: V každém bodě \mathcal{H} existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohnisek hyperboly \mathcal{H} na její tečny je *vrcholová* kružnice $k(S, a)$.

Věta_Q: Množina bodů Q souměrně sdružených s jedním ohniskem hyperboly \mathcal{H} (například F_1) podle jejich tečen je *řídící* kružnice se středem v druhém ohnisku (F_2) a poloměrem $r = 2a$. Přitom platí $T \in QF_2$.

III. Parabola: Parabola \mathcal{P} je množina všech bodů v \mathbb{E}_2 , které mají od pevného bodu F v \mathbb{E}_2 , zvaného ohnisko, a pevné přímky d , zvané řídící přímka, která tímto bodem neprochází, stejné vzdálenosti.

Věta_T: V každém bodě \mathcal{P} existuje právě jedna tečna. Tečna púlí vnější úhel průvodičů (tečnu značíme obvykle t , dotykový bod T). Normála n je kolmá na tečnu t v bodě T a púlí vnitřní úhel průvodičů. $\implies t_V \parallel d$

Věta_P: Množina pat P kolmic spuštěných z ohniska F paraboly \mathcal{P} na její tečny je vrcholová tečna t_V .

Věta_Q: Množina bodů Q , souměrně sdružených s ohniskem F podle tečen paraboly \mathcal{P} , je řídící přímka d .

Věta: Subtangenta je púlena vrcholem V .

Věta: Délka subnormály je rovna velikosti parametru p .

Odevzdávejte poštu a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštu přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „doplnit“ znamená dorýsovat daný příklad.