

## Test č. 1

Deskriptivní geometrie, I. ročník kombinovaného studia FAST,  
letní semestr 2007-2008

### Kuželosečky, afinita a kolineace

- (1) (a) Je dána elipsa  $\mathcal{E}(F_1, F_2, a)$ ,  $|F_1F_2| < 2a$ . Sestrojte několik bodů elipsy, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě  $T \in \mathcal{E}$ , zkonstruuje kružnice z vět  $V_P, V_Q$ .
- (b) Je dána elipsa  $\mathcal{E}(A, B, e)$  a bod  $R$ . Sestrojte tečny z bodu  $R$  k elipse  $\mathcal{E}$ , určete body dotyku.
- (c) Je dána elipsa  $\mathcal{E}(A, B, e)$  a směr  $s$ . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem  $s$  k elipse  $\mathcal{E}$ , určete body dotyku.
- (2) (a) Je dána hyperbola  $\mathcal{H}(F_1, F_2, a)$ ,  $|F_1F_2| > 2a$ . Sestrojte několik bodů hyperboly, hyperoskulační kružnice, tečnu v libovolném bodě  $T \in \mathcal{E}$ , zkonstruuje kružnice z vět  $V_P, V_Q$ .
- (b) Je dána hyperbola  $\mathcal{H}(F_1, F_2, A)$  a bod  $R$ . Sestrojte tečny z bodu  $R$  k hyperbole  $\mathcal{H}$ , určete body dotyku.
- (c) Je dána hyperbola  $\mathcal{H}(A, B, e)$  a směr  $s$ . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem  $s$  k hyperbole  $\mathcal{H}$ , určete body dotyku.
- Poznámka: Úloha nemá řešení pro směr  $s$ , pokud  $s'$ , kde  $s' \parallel s$ ,  $S \in s$ , neleží v úhlu asymptot obsahující vedlejší osu hyperboly  $\mathcal{H}$ .*
- (3) (a) Je dána parabola  $\mathcal{P}(F, d)$ . Sestrojte několik bodů paraboly, hyperoskulační kružnici, tečnu v libovolném bodě  $T \in \mathcal{E}$ , zkonstruuje přímky z vět  $V_P, V_Q$ .
- (b) Je dána parabola  $\mathcal{P}(F, d)$  a bod  $R$ . Sestrojte tečny z bodu  $R$  k parabole  $\mathcal{P}$ , určete body dotyku.
- (c) Je dána parabola  $\mathcal{P}(F, d)$  a směr  $s$ . Sestrojte tečny rovnoběžné s daným směrem  $s$  k parabole  $\mathcal{P}$ , určete body dotyku.

- (4) K pravidelnému pětiúhelníku  $ABCDE$  najděte afinní  $A'B'C'D'E'$ . Afinita je stanovena osou  $o$  a dvojicí bodů  $A, A'$ .
- (5) Ve středové kolineaci (určené středem  $S$ , osou  $o$ , dvojicí bodů  $A, A'$ ) najděte k pravidelnému šestiúhelníku  $ABCDEF$  kolineární.
- (6) Ve středové kolineaci ( $S, o, u \rightarrow \infty u'$ ) sestrojte odpovídající přímky k přímkám  $a, b, c$ . (Poloha přímky  $a$  vůči ose  $o$  je různoběžná,  $b$  je s osou rovnoběžná,  $c$  je k ose kolmá), kde  $u$  je úběžnice, k níž koresponduje nevlastní přímka  $\infty u'$  roviny.
- (7) Elipsa je určena sdruženými průměry  $KL, MN$ . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny z vnějšího bodu  $R$ .
- (8) Elipsa je určena sdruženými průměry  $KL, MN$ . Pomocí afinity sestrojte k nenarýsované elipse tečny tak, aby byly rovnoběžné s daným směrem  $s$ .

*Elipse  $e$  určené sdruženými průměry  $KL, MN$  přiřadíme afinně kružnici  $e'$  (např. nad průměrem  $KL$ , tedy  $K \equiv K', L \equiv L'; M \rightarrow M'$ ). Osa afinity  $o \equiv KL$  a dvojice odpovídajících bodů  $M, M'$  určují afinitu.*

- (9) Elipsa je dána sdruženými průměry. Vyrýsujte elipsu (*Rytzova konstrukce os elipsy*).

**I. Elipsa:** Elipsa  $\mathcal{E}$  je množina všech bodů v  $\mathbb{E}_2$ , které mají od dvou pevných (různých) bodů v  $\mathbb{E}_2$ , zvaných ohniska (značíme  $F_1, F_2$ ) stálý součet vzdáleností rovný  $2a$ , který je větší než vzdálenost obou ohnisek.

**Věta<sub>T</sub>:** V každém bodě  $\mathcal{E}$  existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle  $t$ , dotkový bod  $T$ ). Normála  $n$  je kolmá na tečnu  $t$  v bodě  $T$  a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

**Věta<sub>P</sub>:** Množina pat  $P$  kolmic spuštěných z ohnisek elipsy  $\mathcal{E}$  na její tečny je *vrcholová kružnice*  $k(S, a)$ .

**Věta<sub>Q</sub>:** Množina bodů  $Q$  souměrně sdružených s jedním ohniskem elipsy  $\mathcal{E}$  (například  $F_1$ ) podle jejich tečen je *řídící kružnice* se středem v druhém ohnisku ( $F_2$ ) a poloměrem  $r = 2a$ . Přitom platí  $T \in QF_2$ .

**II. Hyperbola:** Hyperbola  $\mathcal{H}$  je množina všech bodů v  $\mathbb{E}_2$ , které mají od dvou pevných (různých) bodů v  $\mathbb{E}_2$ , zvaných ohniska (značíme  $F_1, F_2$ ) stálý rozdíl vzdáleností rovný  $2a$ , který je menší než vzdálenost obou ohnisek.

**Věta<sub>T</sub>:** V každém bodě  $\mathcal{H}$  existuje právě jedna tečna. Tečna pólí *vnější úhel průvodičů* (tečnu značíme obvykle  $t$ , dotkový bod  $T$ ). Normála  $n$  je kolmá na tečnu  $t$  v bodě  $T$  a pólí *vnitřní úhel průvodičů*.

**Věta<sub>P</sub>:** Množina pat  $P$  kolmic spuštěných z ohnisek hyperboly  $\mathcal{H}$  na její tečny je *vrcholová* kružnice  $k(S, a)$ .

**Věta<sub>Q</sub>:** Množina bodů  $Q$  souměrně sdružených s jedním ohniskem hyperboly  $\mathcal{H}$  (například  $F_1$ ) podle jejich tečen je *řídící* kružnice se středem v druhém ohnisku ( $F_2$ ) a poloměrem  $r = 2a$ . Přitom platí  $T \in QF_2$ .

**III. Parabola:** Parabola  $\mathcal{P}$  je množina všech bodů v  $\mathbb{E}_2$ , které mají od pevného bodu  $F$  v  $\mathbb{E}_2$ , zvaného ohnisko, a pevné přímky  $d$ , zvané řídící přímka, která tímto bodem neprochází, stejné vzdálenosti.

**Věta<sub>T</sub>:** V každém bodě  $\mathcal{P}$  existuje právě jedna tečna. Tečna pólí vnější úhel průvodičů (tečnu značíme obvykle  $t$ , dotykový bod  $T$ ). Normála  $n$  je kolmá na tečnu  $t$  v bodě  $T$  a pólí vnitřní úhel průvodičů.  $\implies t_V \parallel d$

**Věta<sub>P</sub>:** Množina pat  $P$  kolmic spuštěných z ohniska  $F$  paraboly  $\mathcal{P}$  na její tečny je vrcholová tečna  $t_V$ .

**Věta<sub>Q</sub>:** Množina bodů  $Q$ , souměrně sdružených s ohniskem  $F$  podle tečen paraboly  $\mathcal{P}$ , je řídící přímka  $d$ .

**Věta:** Subtangenta je půlena vrcholem  $V$ .

**Věta:** Délka subnormály je rovna velikosti parametru  $p$ .

Odevzdávejte poštu a najednou všechny příklady. Budou Vám vráceny opravené poštu přes děkanát. Poznámka při opravách „znovu“ znamená přerýsovat příklad, poznámka „doplnit“ znamená dorýsovat daný příklad.