



FACULTY OF CIVIL INSTITUTE
ENGINEERING of mathematics
and descriptive geometry

GA04 Matematika II

pro obor Geodézie a kartografie

Tabulkové integrály

LENKA RÝPAROVÁ – JAN ŠAFARÍK

Brno, 2020

Základní vzorce na integrovaní

✓ $\int k \, dx = kx + c,$

✓ $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1,$

✓ $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + c, x \neq 0,$

✓ $\int e^x \, dx = e^x + c,$

✓ $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + c, a > 0, a \neq 1,$

Základní vzorce na integrování

- ✓ $\int \sin x \, dx = -\cos x + c,$
- ✓ $\int \cos x \, dx = \sin x + c,$
- ✓ $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \operatorname{tg} x + c, x \neq (2k+1)\frac{1}{2}\pi,$
- ✓ $\int \frac{1}{\sin^2 x} \, dx = -\operatorname{cotg} x + c, x \neq k\pi,$
- ✓ $\int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \operatorname{arctg} x + c,$

Základní vzorce na integrování

- ✓ $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + c,$
- ✓ $\int \sinh x dx = \cosh x + c,$
- ✓ $\int \cosh x dx = \sinh x + c,$
- ✓ $\int \frac{1}{\cosh^2 x} dx = \operatorname{tgh} x + c,$
- ✓ $\int \frac{1}{\sinh^2 x} dx = -\operatorname{cotgh} x + c,$

Základní vzorce na integrovaní

✓ $\int c f(x) dx = c \int f(x) dx,$

✓ $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx,$

\implies

✓ $\int (k_1 f_1(x) \pm \dots \pm k_n f_n(x)) dx = k_1 \int f_1(x) dx \pm \dots \pm k_n \int f_n(x) dx.$

Odvozené vzorce na integrování

- ✓ $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + c,$
- ✓ $\int f(ax + b) dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + c.$

Odvozené vzorce na integrování

Následující odvozené vzorce lze v technické praxi použít, ale v předmětu GA04 je nutné umět celý výpočet odvození!

✓ $\int \frac{1}{x^2 + A^2} dx = \frac{1}{A} \operatorname{arctg} \frac{x}{A} + c,$

Užitím vztahu $\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctg} x + c$ a substituce.

✓ $\int \frac{1}{x^2 - A^2} dx = \frac{1}{2A} \ln \left| \frac{x-A}{x+A} \right| + c, A > 0, |x| \neq A,$

Užitím rozkladu na parciální zlomky.

Odvozené vzorce na integrování

✓ $\int \frac{1}{\sqrt{A^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{A} + c, A > 0, |x| < A,$

Užitím vztahu $\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} dx = \arcsin x + c$ a substituce.

✓ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm B}} dx = \ln |x + \sqrt{x^2 \pm B}| + c, B \neq 0,$

Užitím Eulerovy substituce $\sqrt{x^2 \pm B} = t - x$.