

GA04 Matematika II (G)

Informace ke zkoušce

Přehled základních úloh

I. Integrální počet

1. Výpočet integrálů úpravou a 1. substituční metodou. Integrace funkcí typů $\frac{f'}{f}$, $\frac{f'}{\sqrt{f}}$,
 $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$
 a $\frac{ax+b}{\sqrt{cx^2+dx+e}}$ (pro diskriminant < 0), $\frac{A}{\sqrt{a^2-b^2x^2}}$.
2. Integrace metodou *per-partes* (například funkcí typů $x^2 e^{ax+b}$, $x^2 \ln(ax+b)$, $x \arctan(ax+b)$, $e^{ax+b} \cos(cx)$).
3. Integrace racionální funkce (bez integrálu typu $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx$, $n \geq 2$).
4. Integrace vybraných iracionálních funkcí (například: $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x(1+\sqrt[3]{x})} dx$, $\int x \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$).
5. Integrace funkcí $R(\sin x, \cos x)$ při zadané substituci.
6. Integrační metody pro určitý integrál.
7. Geometrické aplikace určitého integrálu (plošný obsah, délka oblouku, objem a obsah pláště rotačního tělesa pro explicitní a parametrické zadání funkce).
8. Výpočet těžiště oblouku a rovinné oblasti. U technických aplikací budou součástí zadání vzorce.

II. Reálná funkce dvou a více proměnných

1. Nalezení Taylorova polynomu zadaného stupně v bodě $[x_0, y_0]$.
2. Funkce jedné proměnné daná implicitně rovnicí $F(x, y) = 0$ a bodem $A = [x_0, y_0]$, výpočet prvních a druhých derivací takové funkce. Nalezení rovnic tečny a normály ke grafu funkce dané implicitně v okolí bodu A .

3. *Tečná rovina a normála plochy* zadané explicitně funkcí $z = f(x, y)$, nebo implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ v bodě M plochy.
4. *Lokální extrémy* funkce dvou proměnných.
5. *Absolutní extrémy* funkce dvou proměnných na oborech, na nichž lze hranici po částech parametrizovat.

Semestrální zkouška je písemná.

- ▷ Řeší se 3 příklady a 2 otázky v čase 90 minut.
- ▷ V příkladové části jeden neurčitý integrál, jeden určitý integrál nebo aplikaci určitého integrálu, jeden příklad z funkce dvou a více proměnných.
- ▷ Otázky vycházejí z přednášek a mohou mít i podobu minipříkladů.
- ▷ Každý student má povinnost prokázat svou totožnost identifikačním průkazem studenta (ISIC kartou), mimořádně lze nahradit jiným platným dokladem totožnosti (občanský průkaz, pas).
- ▷ Každý student si přinese psací potřeby a sešívačkou sešité 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4, volné listy papírů nejsou povoleny.
- ▷ Mobily budou během zkoušky vypnuty a schovány.
- ▷ Nejsou povoleny žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky.
- ▷ Osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky.

Semestrální zkouška studenta je úspěšná, když součet bodů z provedeného písemného zkoušení (max. 70) s body získanými ve cvičení (max. 30) je alespoň 50 podle tabulky Studijního a zkušebního řádu VUT. U studentů, kteří mají zápočet uznán z předchozího akademického roku studia, se prováděná písemná zkouška hodnotí počtem max. 100 bodů. Toto platí pouze v případě, pokud systém nepřevádí získané body z předešlého akademického roku, jinak platí stejné podmínky jako pro studenty 1. ročníku. Pokud si student nenechá zápočet uznat a navštěvuje znovu cvičení, jsou mu do hodnocení zkoušky započítány nově získané body.

Studenti mají pro přípravu ke zkoušce k dispozici generátor možných zkouškových typů příkladů předmětu Matematika I_2 , na adrese <http://math.fce.vutbr.cz/easymath/generator.htm>.

Ukázková písemka

1. Vypočtete

$$\int \frac{5x - 4}{x^3 - x^2 - 2x} dx, \quad x \in (2, \infty)$$

2. Vypočtete délku křivky

$$y = \ln \sin x, \quad x \in \left\langle \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

3. Vypočtete globální extrémů funkce

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + x + y$$

na oblasti ohraničené přímkami

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x + y + 3 = 0.$$

4. Vypočtete obsah obrazce

$$x \in (1, \infty), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}$$

5. Je rovnicí $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$ dána implicitně nějaká funkce $z = f(x, y)$?
Zdůvodněte.