

Informace pro studenty GA03¹

ZKOUŠKA:

Okruhy ke zkoušce

- I. Teorie pravděpodobnosti
 1. Rozdělovací (distribuční) funkce, výpočet pravděpodobností, marginální rozdělení, nezávislost náhodných veličin, číselné charakteristiky náhodných veličin a vektorů, transformace náhodných veličin.
 2. Výpočet pravděpodobnosti v případě speciálních zákonů rozdělení.
- II. Matematická statistika
 1. Intervalový odhad parametrů rozdělení.
 2. Testování hypotéz.

Semestrální zkouška je písemná

- trvá 90 minut;
- každý student řeší 3 příklady vybrané tak, aby byl do písemky zařazen alespoň jeden příklad z pravděpodobnosti a alespoň jeden příklad z matematické statistiky – tj. ze skupiny I a ze skupiny II;
- písemná zkouška se hodnotí počtem max. 100 bodů;
- každý student si přinese
 - psací potřeby;
 - kalkulačku;
 - 3 čisté listy kancelářského papíru formátu A4 napevno sešité sponkou (ne dopisovou sponkou);
- nejsou povoleny
 - žádné písemně zpracované pomůcky, statistické tabulky kvantilů a hodnot distribuční funkce a vzorce na intervalové odhady a testování statistických hypotéz, které jsou součástí skript Sbíрка úloh z pravděpodobnosti a matematické statistiky – H. Koutková, O. Dlouhý – donese na písemku zkoušející;
 - volné papíry;
 - mobilní telefony, výpočetní nebo grafické pomůcky vyjma kalkulaček;
- každý student má povinnost prokázat u zkoušky svou totožnost Identifikačním průkazem studenta (lze nahradit i jiným dokladem opatřeným fotografií - občanský průkaz, pas);
- osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky.

Ukázková zkoušková písemka

Příklad 1. Necht' náhodná veličina X má hustotu

$$f(x) = \frac{c}{x^2 + 1} \quad \text{pro } x \in (0,1).$$

Určete:

- a) konstantu c a nakreslete graf hustoty;

¹⁾ Zkoušející učitel může úlohy doplnit či modifikovat.

- b) distribuční funkci $F(x)$ a nakreslete její graf;
- c) pravděpodobnosti $P\left(X > \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, $P\left(X \geq \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, $P\left(X = \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;
- d) medián $Me(X)$ a střední hodnotu $E(X)$.

Příklad 2. Pravděpodobnost, že bude množství odebraného elektrického proudu v určitém podniku během dne v normě, je rovna 0.85.

- a) Určete pravděpodobnost, že v nejbližších pěti dnech bude odběr elektrického proudu:
 - 1) právě 4 dny v normě;
 - 2) alespoň jeden den v normě.
- b) Určete střední hodnotu a směrodatnou odchylku náhodné veličiny sledované v a).
- c) Načrtněte graf distribuční funkce této veličiny a určete její hodnoty.

Příklad 3. Realizace náhodného výběru z normálního rozdělení je

12.3, 10.9, 11.1, 11.9, 11.8, 10.8, 10.9, 11.2, 11.2, 11.1.

Vypočítejte realizace 99% - ního:

- a) intervalového odhadu skutečné směrodatné odchylky, známe-li střední hodnotu 10;
- b) pravostranného intervalového odhadu skutečné směrodatné odchylky, známe-li střední hodnotu 10;
- c) levostranného intervalového odhadu skutečné střední hodnoty, je-li rozptyl roven 1.985.

Ukázková zkoušková písemka

Příklad 1. Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 1 \\ Ax + B & \text{pro } 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{pro } 3 < x \end{cases}$$

Určete:

- 1. konstanty A a B ;
- 2. $P(1.5 \leq X \leq 3.4)$;
- 3. hustotu $f(x)$ náhodné veličiny X ;
- 4. střední hodnotu $E(X+1)$;
- 5. 90-ti procentní kvantil náhodné veličiny X .

Příklad 2. Váha výrobku je vyhovující, jestliže je v mezích 70-71 g. Za standardních podmínek má váha výrobku normální rozdělení se střední hodnotou 70.5 g a směrodatnou odchylkou 0.25 g.

- 1. Kolik procent výrobků bude mít váhu v předepsaných mezích?
- 2. Jakou maximální váhu bude mít výrobek s pravděpodobností 0.95?
- 3. Jakou minimální váhu bude mít 99 procent výrobků?

Příklad 3. Výsledkem pokusu mohou být čtyři jevy A, B, C, D . Ověřte na hladině významnosti 0.01, zda jsou jevy A, B, C stejně pravděpodobné a jev D dvakrát pravděpodobnější než jev A . Víte, že jev A nastal 20-krát, jev B 22-krát, jev C 18-krát a jev D 40-krát.